

# Henri Poincaré et la Relativité

Les deux textes qui suivent sont issus de l'après-midi scientifique organisé par l'Association Henri Poincaré le jeudi 26 mai 2005 à l'École des Mines de Paris, à l'occasion du centenaire de la note à l'Académie des sciences «Sur la dynamique de l'électron», note par laquelle Henri Poincaré a fondé la relativité.

Cet après-midi scientifique a été organisé avec le concours de l'École des Mines de Paris, de l'AFAS et de l'Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA).

\* \*

## AVANT-PROPOS

*Lundi 5 juin 1905*

*A l'Académie des sciences de Paris, Henri Poincaré présente : «Sur la dynamique de l'électron», une note de quatre pages, la longueur limite. Le vendredi 9 juin, ce texte est imprimé et envoyé à tous les correspondants de l'Académie ; au début de la semaine suivante, il arrive à l'université de Göttingen où les rivaux de Poincaré guettent avidement ses travaux, et à Berne où un employé de l'office des brevets appelé à devenir célèbre prépare pour les Beiblätter zu der Annalen der Physik des résumés des textes de physique les plus intéressants...*

*Juillet 1905*

*Henri Poincaré développe considérablement le texte de sa note et l'envoie pour publication, sous le même titre, aux Rendiconti del circolo matematico di Palermo. Ce second texte, de 47 pages et d'une richesse incroyable, sera reçu le 23 juillet et publié en janvier 1906.*

*Pourquoi ce journal lointain, qui n'est même pas un journal de physique ? Avant tout par amitié envers son directeur qu'il estimait, mais aussi parce que de nombreux physiciens de cette époque considéraient Henri Poincaré comme un mathématicien et ne lui ouvraient pas les colonnes de leurs journaux. En conséquence, ces deux travaux - avant ceux d'Einstein les travaux fondateurs de la Relativité - resteront longtemps à peu près ignorés en ce début de siècle où la science marche à pas de géant...*

*Quand, bien plus tard, on redécouvre les textes de Poincaré, le vocabulaire scientifique a tellement changé que beaucoup de physiciens le trouvent peu clair et peu compréhensible - alors que, d'une traduction à l'autre, Einstein est constamment réactualisé. Il faut attendre l'actualisation de son travail (références 5 du dernier texte ci-après) pour que l'évidence éclate : Poincaré était très clair et avait parfaitement compris son sujet.*

*En avez-vous vraiment douté ?*

*Christian Marchal*

*Président du groupe «Mathématiques» de l'AFAS  
Membre de l'Association Henri Poincaré  
Conseiller scientifique à l'Office national  
d'études et de recherches aérospatiales*

---

*Sites web Henri Poincaré :*

*<http://www.annales.org/archives/x/poincare.html>*

*<http://perso.wanadoo.fr/poincare.et.la.relativite>*

---

# Henri Poincaré et les deux documents «Sur la Dynamique de l'électron», les documents fondateurs de la Relativité

**Christian Marchal**

Membre de l'AFAS et de l'Association Henri Poincaré

Ces deux documents sont connus sous les noms de «Note à l'Académie» [1], présentée le 5 juin 1905 et publiée dès le 9 juin et de «Mémoire de Palerme» [2], reçu le 23 juillet 1905 et publié en janvier 1906.

Largement connus seulement à partir des années trente, ils ont semblé peu clairs et difficiles à comprendre à cause du bouleversement du vocabulaire scientifique ; que penser en effet d'expressions comme «les molécules de l'électron...» pour, selon le langage de 1900, parler des différents points d'une particule chargée ?

L'actualisation du travail de Poincaré a été faite dans les années quatre-vingt par deux physiciens russes, Anatoly Logunov et Victor Matveev, traduits récemment en anglais et en français [3].

Dans cette actualisation éclate la profondeur du travail de Poincaré, la clarté et la richesse de ses résultats. Il suffit pour le ressentir de lire la conclusion de ces deux physiciens russes :

*Résumons brièvement les principaux résultats obtenus par Poincaré dans ces deux ouvrages.*

*A) Il renouvelle sa présentation de 1904 du principe de relativité, principe qui concerne tous les phénomènes physiques.*

*B) Il montre pour la première fois que les transformations, qu'il baptise «transformations de Lorentz», forment avec les rotations spatiales un groupe mathématique, groupe qu'il baptise «groupe de Lorentz».*

*C) Il construit les opérateurs infinitésimaux de ce groupe et détermine son invariant : la forme quadratique  $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$  ; rappelons que la vitesse de la lumière est prise pour unité.*

*D) Il détermine les transformations correspondantes des champs électromagnétiques et établit une série de «quadrivecteurs» dont les modifications, lors des transformations de Lorentz, sont les mêmes que celles des coordonnées d'espace et de temps (quadrivecteur spatio-temporel  $(\mathbf{r}, t)$ ).*

*Ces autres quadrivecteurs sont :*

*La force par unité de volume et le travail par unité de temps :  $(\mathbf{f}, \mathbf{f}\cdot\mathbf{v})$*

*Le quadrivecteur quantité de mouvement-énergie  $(m\mathbf{v}, m)$  ; avec  $m = m_0 / \sqrt{(1 - v^2)}$ , et  $m_0 =$  «masse au repos».*

*Le courant et la charge par unité de volume :  $(\rho\mathbf{v}, \rho)$ .*

*Le quadrivecteur des potentiels vecteur et scalaire :  $(\mathbf{A}, \phi)$ .*

*Le quadrivecteur  $[(\mathbf{F}, \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}) / \sqrt{(1 - v^2)}]$  où  $F$  est une force quelconque, par exemple la force électromagnétique appliquée à une charge unité.*

*E) Ce faisant il établit que les champs électromagnétiques et la force de Lorentz respectent eux aussi le principe de relativité lequel, en l'occurrence, procède des équations de Maxwell-Lorentz d'une manière mathématiquement rigoureuse.*

*F) Il établit la loi relativiste d'addition des vitesses.*

*G) Il démontre l'invariance de l'intégrale d'action pour un champ électromagnétique lors des transformations de Lorentz, et découvre les invariants fondamentaux du champ électromagnétique :*

$$\varepsilon \mathbf{E}^2 - (\mathbf{B}^2 / \mu) \quad \text{et} \quad \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$$

*H) Il établit l'équation de la mécanique relativiste :*

$$(\mathbf{F}, \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}) = d(m\mathbf{v}, m) / dt$$

*et écrit l'expression correspondante du Lagrangien d'un point matériel mobile.*

*I) Il imagine l'espace quadri-dimensionnel de coordonnées  $x, y, z, t\sqrt{-1}$  et montre que les transformations de Lorentz sont des rotations de cet espace autour de l'origine. Cela lui permet de construire divers invariants.*

*J) Il souligne que toutes les forces de la nature, et pas seulement les forces électromagnétiques, sont transformées de la même manière lors des transformations de Lorentz.*

K) Il introduit le concept d'«onde gravifique» ou onde gravitationnelle se déplaçant à la vitesse de la lumière et montre que la propagation de la gravité à cette vitesse n'est pas contradictoire avec les données de l'observation.

Cette courte liste montre qu'Henri Poincaré fut le premier à découvrir les constituants essentiels de la théorie de la relativité, et ce dans une forme précise et générale.

### Références

- 1 POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, **140**, pp. 1504-1508, 5 juin 1905.
- 2 POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **21**, pp. 127-175, reçu le 23 juillet 1905, publié en janvier 1906.
- 3 LOGUNOV A.A.,  
On the articles by Henri Poincaré : «On the dynamics of the electron», Publishing department of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 1995.  
Sur les articles d'Henri Poincaré : «Sur la dynamique de l'électron». Le texte fondateur de la relativité en langage scientifique moderne, Publication ONERA 2000-1, pp. 1-48, 2000.

### Christian Marchal

ONERA, Direction scientifique générale, 29 avenue de la Division Leclerc, BP 72, 92322 Châtillon Cedex  
christian.marchal@onera.fr

# La physique avec des photons de «masse au repos» non nulle

**Christian Marchal**

Direction scientifique générale, Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA)

## Résumé

*Cette étude est faite dans le cadre suivant :*

*A) Les résultats présentés par Henri Poincaré dans ses deux textes relativistes «Sur la dynamique de l'électron» [1 et 2] sont supposés justes.*

*B) Le «second principe» d'Einstein, la constance de la vitesse de la lumière, présenté dans «Zur Elektrodynamik der bewegten Körper» [3], est considéré comme non nécessaire et en conséquence les photons peuvent avoir une «masse au repos» extrêmement petite mais non nulle.*

*Bien entendu tous les photons seront considérés comme identiques, ce qui est une hypothèse habituelle pour les électrons, les protons et toutes les particules.*

*Les résultats sont simples et conduisent à une petite modification des équations de Maxwell pour la propagation des champs électromagnétiques.*

*Les vérifications expérimentales sont à la limite des possibilités actuelles soit par des observations astronomiques, soit par des expériences astronautiques.*

*Les interactions photons-photons pourraient modifier considérablement nos conceptions cosmologiques.*

## Introduction - Les différences entre Poincaré et Einstein

Il est désormais clair [4] que parmi les textes fondateurs de la Relativité il y a les travaux relativistes d'Henri Poincaré [1-2] ; il est donc intéressant de les comparer avec le travail classique d'Einstein [3].

La référence 2 est connue sous le nom de «Mémoire de Palerme» et actualisée en langage scientifique moderne en référence 5 (en russe, anglais et français). C'est une mine très riche de renseignements relativistes ignorés du texte d'Einstein, mais celui-ci a, de son côté, quelques additions : trois petites applications des transformations de Lorentz (l'aberration des étoiles, l'effet Doppler-Fizeau et la pression de radiation sur un miroir mobile) et une différence majeure : le «second principe», la constance de la vitesse de la lumière. En conséquence, pour Einstein, les photons ont nécessairement une masse au repos nulle.

Pour Poincaré au contraire, la constance de la vitesse de la lumière est une constatation et non un principe, et ses «transformations de Lorentz» sont une conséquence directe de son «principe de relativité» [6], indépendamment des propriétés de la lumière. Il reste donc possible que les photons aient une masse au repos extrêmement petite, mais non nulle, et leur vitesse, la vitesse de la lumière, serait alors très légèrement inférieure à la vitesse limite  $c$  et serait une fonction croissante de leur énergie.

Plusieurs comparaisons incitent à penser que cette idée est possible :

- A) A l'origine, les neutrinos étaient considérés comme sans masse, mais aujourd'hui, on leur attribue une masse très petite mais non nulle.
- B) La même évolution des idées est en cours pour les hypothétiques «gravitons».
- C) Dans les milieux transparents, la vitesse de la lumière est bien inférieure à la vitesse limite  $c$ , et les particules très énergétiques peuvent dépasser les photons, ce qui donne lieu au fameux effet Cerenkov.

Cette question du second principe d'Einstein est la vraie différence entre les travaux de Poincaré et ceux d'Einstein, bien plus que les différences qu'on avance traditionnellement et qui n'en sont pas vraiment. Parmi ces dernières, discutons les deux plus connues :

- A) Le paradoxe des jumeaux de Langevin, que devient-il dans la théorie de Lorentz et de Poincaré ?
- B) Pourquoi Poincaré utilise-t-il ici et là les notions d'éther et de «temps vrai», alors qu'il les a explicitement exclues de la réalité dans son livre *La science et l'hypothèse* de 1902 ?

Dans le paradoxe des jumeaux de Langevin, il faut considérer trois référentiels inertiels : celui du jumeau «au repos», celui du jumeau voyageur lors de l'aller, et celui du jumeau voyageur lors du retour. Il n'est pas contesté que les horloges des deux référen-

tiels successifs du jumeau voyageur indiquent au total une durée plus courte que celle du jumeau au repos, mais qu'en est-il du vieillissement des deux jumeaux ? Poincaré ne parle nulle part du temps biologique ! Certes, mais il écrit dans sa définition du principe de relativité [6] : «**Nous n'avons et ne pouvons avoir aucun moyen de discerner si nous sommes ou non entraînés dans un pareil mouvement [inertiel]**». Si donc le jumeau voyageur vieillissait au même rythme que son frère, il constaterait, lors par exemple de l'aller, que le rythme de son horloge ne correspond pas au rythme de son vieillissement, **et il aurait donc un moyen de discerner qu'il n'est pas «au repos»**. La seule solution est donc l'identité du paradoxe des jumeaux de Langevin dans la relativité d'Einstein et dans celle de Poincaré.

Pour ce qui est du «temps vrai» et de l'«éther», Poincaré écrit explicitement [7] : «**Il n'y a pas de temps absolu [...] Peut nous importe que l'éther existe réellement, c'est l'affaire des métaphysiciens [...] un jour viendra sans doute où l'éther sera rejeté comme inutile [...]**. Ces hypothèses ne jouent qu'un rôle secondaire. On pourrait les sacrifier ; on ne le fait pas d'ordinaire parce que l'exposition y perdrait en clarté, **mais cette raison est la seule.**» Pour Poincaré, l'éther et le temps vrai sont des instruments intellectuels qui n'existent pas réellement mais qui sont utiles car ils sont familiers des scientifiques de son temps, exactement comme nous utilisons des systèmes d'axes Oxyz en sachant pertinemment qu'ils n'existent pas réellement et que les divers systèmes possibles sont tous équivalents pourvu que cette transformation respecte certaines règles analogues à celles de la transformation de Lorentz pour les diverses représentations du «temps vrai»... On peut d'ailleurs remarquer que cette question de l'éther n'était pas si évidente puisque, bien après la mort de Poincaré, Einstein dira encore lors de sa conférence de 1920 à Leyde : «Selon la théorie de la relativité générale, un espace sans éther est inconcevable...» [8].

En faveur de Poincaré, il faut noter l'antériorité de sa note du 5 juin 1905 avec les éléments essentiels (principe de relativité, transformation «de Lorentz» respectant les équations de Maxwell, structure de groupe de ces transformations, et même, première mention des ondes gravitationnelles se déplaçant à la vitesse de la lumière) et la richesse exceptionnelle du mémoire de Palerme. Il est donc tout à fait légitime de considérer qu'Henri Poincaré est à la fois le père du principe de relativité dans toute sa généralité et, avec l'aide d'Hendrik Antoon Lorentz, le véritable fondateur de la théorie de la relativité.

A cause du prestige d'Einstein, peu de scientifiques du XX<sup>e</sup> siècle ont étudié la possibilité de photons avec une «masse au repos» non nulle (voir par exemple les références 9-21) avec, il est vrai, peu de possibilités de vérifications. Cependant, les grands progrès de l'astronomie et de l'aéronautique nous mettent dans une situation incomparablement meilleure, et cette question devrait pouvoir être résolue.

## Nomenclature des éléments principaux

$c$	vitesse limite ou maximale pour les corps matériels = 299 792 458 m/s	
$m_0$	masse au repos des photons	
$\varphi$	vitesse de phase	
$g, g_1$	vitesse de groupe (vitesse des photons ou «vitesse de la lumière») ; $g\varphi = c^2$	
$\nu$	fréquence	
$\lambda$	longueur d'onde ; $\lambda\nu = \varphi$	
$h$	constante de Planck = $6,626196 \times 10^{-34}$ kg.m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	
$P_0$	période propre des photons = $h / m_0 c^2$	
$\nu_0$	fréquence propre des photons = $1 / P_0 = m_0 c^2 / h$	
$\omega_0$	pulsation propre des photons = $2\pi\nu_0 = 2\pi m_0 c^2 / h$	
$\mu_0$	perméabilité magnétique du vide = $4\pi \cdot 10^{-7}$ henry par mètre.	
$\epsilon_0$	permittivité du vide = $8,854187818 \times 10^{-12}$ farad par mètre ; $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$	
$E$	champ électrique	$B$ induction magnétique
$V$	potentiel scalaire	$A$ potentiel vecteur

### 1. A propos des photons

Le photon est un objet quantique très mystérieux qui se déplace comme une onde, mais se matérialise toujours comme un corpuscule. C'est un boson de spin 1, de charge nulle et de masse au repos soit nulle soit extrêmement petite ; il transporte de l'énergie et possède une fréquence (dans un référentiel donné) ; il présente des phénomènes de polarisation.

Si nous supposons que les photons ont une masse au repos non nulle, ils vont moins vite que la vitesse limite  $c$  et l'on peut les étudier **dans le référentiel dans lequel ils sont au repos**. Dans ce référentiel et dans le vide, l'hypothèse de base est que tous les photons sont identiques. Dans les autres référentiels, et selon leur vitesse, ils présentent des propriétés de fréquence et d'énergie qui peuvent être étudiées par les transformations usuelles de Lorentz. Ces transformations seront notre outil principal.

Nous verrons que si les photons ont une masse au repos non nulle, ils ont aussi une période propre bien définie et il est donc peut-être possible d'associer le phénomène photon à une vibration ou à une rotation, ce qui convient particulièrement bien pour la propriété de polarisation et les différentes présentations possibles d'un phénomène tournant.

### 2. Vitesse de phase et vitesse de groupe

La double nature des particules, à la fois onde et corpuscule, apparaît très clairement dans le cas des photons. Nous verrons que les ondes lumineuses vont plus vite que la vitesse  $c$ , leur vitesse est la vitesse de phase  $\varphi$ , légèrement décroissante en fonction de la fréquence et qui ne correspond à aucun déplacement matériel. Par contre, les photons vont à la vitesse de groupe  $g$ , toujours inférieure à la vitesse limite  $c$ .



On peut définir la vitesse de groupe  $g$  comme étant celle à laquelle il faut aller pour que des ondes de fréquences voisines restent avec une différence de phase constante. En particulier, si cette différence de phase est nulle il y a accumulation locale d'énergie - les tsunamis se propagent à la vitesse de groupe - et une définition mathématique précise peut être trouvée en annexe 1.

**3. L'aberration des étoiles**

Le phénomène d'aberration - un astronome immobile ne voit pas les étoiles dans la même direction qu'un astronome en mouvement - peut se comprendre simplement en utilisant la «transformation de Lorentz».

Un photon venu de la direction définie par l'angle  $a$  (fig. 1) et animé de la vitesse de groupe  $g$  entre à l'instant zéro dans le télescope de l'astronome placé à l'origine des coordonnées  $Oxyz$ .

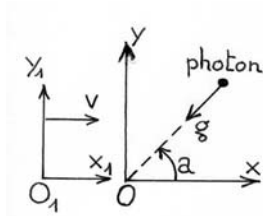


Fig. 1 :  
Au temps  $t = -1$  un photon se dirige vers  $O$ , il vient de la direction définie par l'angle  $a$ .

A l'instant  $t = -1$ , le photon était au point de l'espace-temps suivant :

$$\begin{cases} x = g \cos a ; \\ y = g \sin a ; \\ z = 0 ; \\ t = -1 \end{cases} \quad (1)$$

Cependant, pour l'astronome animé de la vitesse  $v$  le long de l'axe  $Ox$  et arrivant en  $O$  à l'instant zéro, ce même point de l'espace-temps a des coordonnées  $x_1, y_1, z_1, t_1$  données par la transformation de Lorentz :

$$\begin{cases} x_1 = \gamma (x - vt) = \gamma (g \cos a + v) \\ \text{avec } \gamma = [1 - (v^2/c^2)]^{-0.5} \\ y_1 = y = g \sin a \\ z_1 = z = 0 \\ t_1 = \gamma (t - vx/c^2) = -\gamma [1 + (v g \cos a / c^2)] \end{cases} \quad (2)$$

Donc pour cet astronome en mouvement, le photon arrive de la direction donnée par l'angle  $a_1$  différent de  $a$ , sa tangente est égale au rapport  $y_1 / x_1$  soit :

$$\text{tg } a_1 = y_1 / x_1 = g \sin a / \gamma (g \cos a + v) \quad (3)$$

Mais, et c'est là un aspect de la dualité onde-corpuscule, le même résultat peut être obtenu en utilisant le point de vue ondulatoire (fig. 2) :

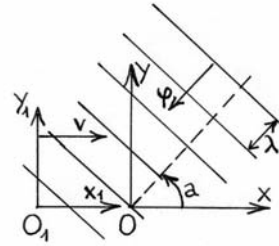


Fig. 2 :  
Arrivée d'une onde venue de la direction définie par l'angle  $a$ .

L'onde plane venant de la direction donnée par l'angle  $a$ , avec la vitesse de phase  $\phi$ , et arrivant à l'origine à l'instant  $t = 0$ , a pour équation :

$$x \cos a + y \sin a + \phi t = 0 \quad (4)$$

Pour l'astronome en mouvement, on peut à nouveau faire la transformation de Lorentz (2), ce qui donne :

$$\gamma x_1 [\cos a + (v\phi / c^2)] + y_1 \sin a + \gamma t_1 [\phi + v \cos a] = 0 \quad (5)$$

Le rapport des coefficients de  $y_1$  et  $x_1$  donne à nouveau la tangente de l'angle  $a_1$  :

$$\text{tg } a_1 = \sin a / \gamma [\cos a + (v\phi / c^2)] \quad (6)$$

Il y a identité entre les expressions (3) et (6) si et seulement si :

$$g \phi = c^2 \quad (7)$$

ce qui est précisément la relation entre vitesse de phase  $\phi$  et vitesse de groupe  $g$ , relation qu'on peut déduire de l'analyse de l'annexe 1.

**4. L'effet Doppler-Fizeau**

Considérons la figure 2. L'astronome au repos à l'origine reçoit en une seconde toutes les ondes d'un intervalle de longueur  $\phi x$  (une seconde) ; pendant ce temps l'astronome se déplaçant de  $O_1$  à  $O$  reçoit celles contenues dans un intervalle de longueur  $(\phi + v \cos a) x$  (une seconde), mais il les reçoit en un intervalle de temps qui, pour lui, n'est que de  $[1 - (v^2/c^2)]^{0.5}$  seconde. Or la fréquence est le nombre d'ondes reçues en une seconde de temps propre personnel ; le rapport  $v_1 / v$  des fréquences mesurées par les deux astronomes est donc :

$$\begin{aligned} v_1 / v &= \gamma (\phi + v \cos a) / \phi \\ \text{avec } \gamma &= 1 / [1 - (v^2/c^2)]^{0.5} \end{aligned} \quad (8)$$

**5. L'énergie des photons**

L'énergie d'une particule de vitesse  $g$  et de masse au repos  $m_0$  est donnée par l'expression relativiste usuelle :

$$E = m c^2 = m_0 c^2 [1 - (g^2/c^2)]^{-0.5} \quad (9)$$

Lors de la transformation de Lorentz (2), la nouvelle vitesse de groupe  $g_1$  est donnée par :

$$g_1^2 = (x_1^2 + y_1^2) / t_1^2 = \{ c^4 (g + v \cos a)^2 + c^2 v^2 \sin^2 a (c^2 - g^2) \} / (c^2 + v g \cos a)^2 \quad (10)$$

ce qui conduit à :

$$E_1 / E = [ (c^2 - g^2) / (c^2 - g_1^2) ]^{0.5} = \gamma (c^2 + v g \cos a) / c^2 \quad (11)$$

Compte tenu de la relation  $g\varphi = c^2$ , donnée en (7), on voit que  $E_1/E = v_1/v$  pour les deux astronomes considérés, et donc pour tous les astronomes, ce qui implique  $E_1/v_1 = E/v$  ; en conséquence le rapport  $E/v$  est une constante universelle. C'est la célèbre «constante de Planck»  $h$  :

$$E = h v ; h = 6,626196 \times 10^{-34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1} \quad (12)$$

Cette expression classique est donc valable même si la masse au repos des photons n'est pas nulle.

## 6. La période propre et la fréquence propre des photons

Considérons les figures 1 et 2, ou bien la figure 3 ci-dessous. Un photon animé de la vitesse de groupe  $g$  avance dans un champ électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda$  qui va dans la même direction avec la vitesse de phase  $\varphi$  plus élevée.

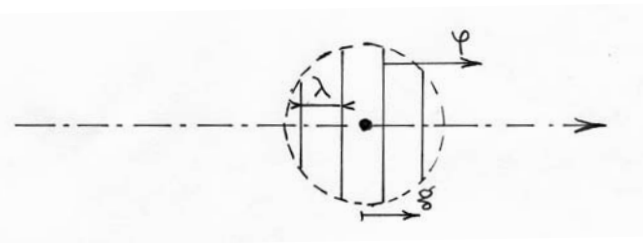


Fig. 3 :

Un photon (vitesse de groupe  $g$ ) avance dans un champ électromagnétique plus rapide (vitesse de phase  $\varphi$ ).

Pour l'observateur immobile, le photon évolue périodiquement dans le champ électromagnétique avec la période  $P = \lambda / (\varphi - g)$ . Mais, dans ce référentiel, le temps propre du photon est plus lent et donc, pour lui, la période, qu'on peut appeler «période propre» est plus courte, c'est  $P_0$  donnée par :

$$P_0 = P [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} = \lambda [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} / (\varphi - g) \quad (13)$$

Compte tenu de la relation classique :  $\varphi = \lambda v$  qui lie vitesse de phase, longueur d'onde et fréquence (voir annexe 1), il est essentiel de noter que cette période propre  $P_0$  est **fixe et indépendante de la vitesse  $g$  du photon**.

En effet, avec  $g\varphi = c^2$  donné en (7), on obtient :

$$P_0 = \lambda [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} / (\varphi - g) = (\varphi/v) [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} g / g (\varphi - g) = (c^2/v) [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} / (c^2 - g^2) = (1/v) / [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} \quad (14)$$

mais, compte tenu de (9) :

$$E / m_0 c^2 = 1 / [1 - (g^2/c^2)]^{0.5} \quad (15)$$

donc :

$$P_0 = (E/v) / m_0 c^2 = h / m_0 c^2 \quad (16)$$

L'inverse de la période propre est la fréquence propre  $\nu_0$  des photons :

$$\nu_0 = 1 / P_0 = m_0 c^2 / h \quad (17)$$

Ainsi les photons peuvent être sans doute considérés comme des phénomènes vibrants ou tournants avec la période propre  $P_0$ , ce qui s'accorde bien avec les propriétés de polarisation. On notera que cette unification des photons n'est obtenue que si leur «masse au repos»  $m_0$  est non nulle.

## 7. Table des relations des photons de masse au repos $m_0$ non nulle

A ) Relations entre les constantes

$$\begin{aligned} & c \text{ (vitesse limite maximale pour les corps matériels)} \\ & = 299\,792\,458 \text{ m/s} \\ & h \text{ (constante de Planck)} = 6,626196 \times 10^{-34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1} \\ & m_0 \text{ (masse au repos du photon)} \\ & P_0 \text{ (période propre du photon)} \\ & \nu_0 \text{ (fréquence propre du photon)} \\ & \nu_0 = 1 / P_0 = m_0 c^2 / h \end{aligned} \quad (18)$$

B ) Relations entre les variables

$$\begin{aligned} & E = \text{énergie} \\ & \nu = \text{fréquence} \\ & g = \text{vitesse du photon (vitesse de groupe)} \\ & E = h \nu = m_0 c^2 [1 - (g^2/c^2)]^{-0.5} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \varphi = \text{vitesse de l'onde (vitesse de phase)} \\ & \lambda = \text{longueur d'onde} \end{aligned}$$

$$\varphi = \lambda \nu \quad (20)$$

$$g \varphi = c^2 \quad (21)$$

Ces relations indiquent qu'il n'y a en fait qu'un seul paramètre (qui est par exemple la vitesse du photon) et conduisent aux relations suivantes :

$$\varphi^2 / c^2 = c^2 / g^2 = \nu^2 / (\nu^2 - \nu_0^2) = 1 + (\nu_0^2 \lambda^2 / c^2) \quad (22)$$

## 8. La modification des équations de Maxwell

Les équations de Maxwell conduisent à des ondes électromagnétiques se déplaçant à la vitesse limite  $c$ , la «vitesse de la lumière». Étant donné que, si les photons sont pesants, les ondes électromagnétiques usuelles vont un tout petit peu moins vite que la vitesse limite  $c$ , il con-

vient de rectifier quelque peu en conséquence les équations de Maxwell.

Ces très célèbres équations sont :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \mu_0 (\mathbf{j} + \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t) \\ \operatorname{div} \mathbf{j} &= -\partial \rho / \partial t \\ \mathbf{E} &= -\operatorname{grad} V - \partial \mathbf{A} / \partial t \\ \mathbf{B} &= \operatorname{rot} \mathbf{A} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

avec les vecteurs en caractères gras et avec :

$\mathbf{E}$  = champ électrique (en volts par mètre)  
 $\mathbf{B}$  = induction magnétique (en teslas)  
 $t$  = temps (en secondes)  
 $\rho$  = densité de charges (en coulombs par m<sup>3</sup>)  
 $\mathbf{j}$  = densité de courant (en ampères par m<sup>2</sup>)  
 $V$  = potentiel scalaire (en volts)  
 $\mathbf{A}$  = potentiel vecteur (en volt x secondes par mètre)

et aussi pour les constantes :

$\mu_0$  = perméabilité magnétique du vide  
 $= 4\pi \times 10^{-7}$  henry par mètre  
 $\epsilon_0$  = permittivité du vide  
 $= 8,854187818 \times 10^{-12}$  farad par mètre  
 $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$

Dans le vide, les deux densités  $\rho$  et  $\mathbf{j}$  sont nulles, ce qui fait disparaître l'équation  $\operatorname{div} \mathbf{j} = -\partial \rho / \partial t$ , et il est alors relativement aisé d'obtenir ce que doivent devenir les équations de Maxwell si les photons sont pesants [22 en anglais]. Sur les six équations de Maxwell qui subsistent, quatre sont inchangées :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t \\ \mathbf{E} &= -\operatorname{grad} V - \partial \mathbf{A} / \partial t \\ \mathbf{B} &= \operatorname{rot} \mathbf{A} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Cette propriété a été signalée par Walter Ritz dès 1908 [9-10], ces quatre équations peuvent donc être appelées «équations de Ritz».

Les deux dernières équations de Maxwell sont à peine modifiées par l'introduction d'un petit terme :

$$\begin{aligned} c^2 \operatorname{div} \mathbf{E} + \omega_0^2 V &= 0 \\ \partial \mathbf{E} / \partial t &= c^2 \operatorname{rot} \mathbf{B} + \omega_0^2 \mathbf{A} \end{aligned} \quad (25)$$

avec :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= 2\pi \nu_0 = 2\pi m_0 c^2 / h \\ &= \text{«pulsation propre des photons»} \end{aligned} \quad (26)$$

Sans développer le raisonnement présenté en référence 22, on peut vérifier que ces équations (24), (25), (26) entraînent la relation :  $(\partial^2 f / \partial t^2) + \omega_0^2 f = c^2 \Delta f$ , où  $f$  est soit le potentiel scalaire  $V$ , soit une composante quelconque du champ électrique  $\mathbf{E}$ , de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  ou du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ . On notera sur une onde sinusoïdale que cette équation de  $f$  est en accord avec les équations (20)-(22) liant la vitesse de phase  $\varphi$ , la lon-

gueur d'onde  $\lambda$  et la fréquence  $\nu$ .

On peut vérifier que, si les photons sont non pesants ( $m_0 = 0$  ;  $\omega_0 = 0$ ), les équations (25) sont celles de Maxwell dans le vide ( $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$  et  $\partial \mathbf{E} / \partial t = c^2 \operatorname{rot} \mathbf{B}$  ; avec  $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ ).

D'autre part, il convient de remarquer que les deux potentiels  $V$  et  $\mathbf{A}$  apparaissent directement en (25) - et non plus par leurs seules dérivées - ; ils perdent donc leur caractère de fantômes mathématiques utiles avec plusieurs déterminations possibles, pour devenir des entités physiques déterminées.

Il conviendrait de voir ce que deviennent ces équations hors du vide, c'est-à-dire quand  $\rho$  et  $\mathbf{j}$  ne sont pas nuls, mais très certainement les «équations de Ritz» données en (24) sont encore inchangées, ainsi, bien sûr, que l'équation  $\operatorname{div} \mathbf{j} = -\partial \rho / \partial t$ , équation de définition liant  $\rho$  et  $\mathbf{j}$ .

## 9. Énergie et quantité de mouvement électromagnétiques

Il est de même possible [22] de déterminer ce que deviennent les expressions de l'énergie et de la quantité de mouvement électromagnétiques dans un volume  $\Omega$  à un instant donné.

L'énergie  $W$  devient :

$$W = (\epsilon_0 / 2) \int_{\Omega} [E^2 + c^2 B^2 + \omega_0^2 A^2 + (\omega_0^2 V^2 / c^2)] d\Omega \quad (27)$$

et la quantité de mouvement  $\mathbf{Q}$  :

$$\mathbf{Q} = \epsilon_0 \int_{\Omega} [\mathbf{E} \times \mathbf{B} + (\omega_0^2 V \mathbf{A} / c^2)] d\Omega \quad (28)$$

Remarquons que pour  $\omega_0 = 0$  on retrouve effectivement les expressions maxwelliennes habituelles.

## 10. Observations, mesures, expériences

Quelle est donc la «masse au repos»  $m_0$  des photons ?

La première idée est bien sûr de mesurer la vitesse d'un photon de grande longueur d'onde. Cependant, même pour des longueurs d'onde kilométriques, cette vitesse reste extrêmement proche de la vitesse limite  $c$  car, de toute façon, la masse au repos des photons est très faible. En conséquence, il nous faut aller à l'extrême limite, soit avec les possibilités et les précisions des expériences spatiales, soit avec les opportunités extraordinaires données par les observations astronomiques.

Une expérience spatiale intéressante serait la suivante : soient deux sondes spatiales A et B dans l'espace interplanétaire, séparées par une distance  $D$  de plusieurs millions de kilomètres. Une onde kilométrique et son harmonique de rang deux ou trois sont envoyées de A vers B. L'harmonique a une longueur d'onde plus courte et va donc plus vite que l'onde principale. La différence des vitesses peut être mesurée en comparant la figure du signal à l'émission et à la réception. L'effet est proportionnel à  $Dm_0^2 \lambda^2$ , ce qui souligne l'intérêt des grandes longueurs d'onde.

La précision de la mesure de la masse  $m_0$  peut ainsi atteindre  $10^{-49}$  ou même  $10^{-50}$  kg, et cette précision peut



sans doute être grandement améliorée si des transpondeurs très précis permettent de faire circuler le signal sur un grand nombre d'allers-retours.

Notons cependant que cette expérience requiert une analyse détaillée du milieu intermédiaire car la présence d'un plasma électronique modifie la transmission, comme nous allons le voir pour l'observation astronomique des pulsars.

Les pulsars sont certainement des objets très prometteurs pour la détermination de la masse au repos des photons  $m_0$ , car ils ont des «pulses» bien identifiés à des longueurs d'ondes très variées.

Le pulsar de la nébuleuse du crabe a été découvert il y a presque de trente ans, et il a été observé régulièrement dans beaucoup de longueurs d'onde. Les observations montrent des «pulses» plus ou moins réguliers et l'on note effectivement un délai entre les ondes énergétiques (rayons X, ultraviolet, visible, infrarouge) et les ondes radio moins rapide [23]. Les observateurs présentent deux explications possibles : soit une différence de phase, soit une émission des ondes radio 100 km plus près du centre du pulsar... ce qui semble difficile pour une si petite étoile.

Il faut cependant comprendre la difficulté de cette analyse. La présence d'un plasma électronique dans l'espace interstellaire donne des effets très voisins de ceux d'une masse au repos non-nulle des photons [24] et, à la différence des expériences d'astronautique, il n'est pas possible d'aller sur place pour analyser le milieu interstellaire.

En ce qui concerne la propagation directe des ondes électromagnétiques, une masse au repos  $m_0$  des photons a des effets semblables à ceux d'un plasma électronique interstellaire de densité  $N$  (électrons libres au  $m^3$ ) si :

$$m_0^2 = N h^2 e^2 / 4 \pi^2 c^4 \epsilon_0 m_e \quad (29)$$

avec :

$e$  = charge de l'électron =  $-1,60219 \times 10^{-19}$  coulomb

$m_e$  = masse de l'électron =  $9,10956 \times 10^{-31}$  kg

ce qui donne :

$$N \text{ (nombre d'électrons par } m^3) = 2,282 \times 10^{98} (m_0/\text{kg})^2 \quad (30)$$

Le catalogue ANTF des pulsars [25] donne de nombreuses informations sur les quelque 1 500 pulsars connus (direction, distance, coefficient de dispersion lié à la présence de plasmas électroniques interstellaires, etc.). Ces pulsars apparaissent dans toutes les directions depuis l'ascension droite  $83^\circ$  Nord jusqu'à  $83^\circ$  Sud - avec une plus grande densité au voisinage du centre galactique -, leurs distances vont de 424 à 186 000 années-lumière.

Presque tous ces pulsars appartiennent à notre galaxie, mais cinq d'entre eux font partie du grand nuage de Magellan, et le plus éloigné est dans le petit nuage (le pulsar J0045-7319).

La grande majorité des pulsars du catalogue montrent que, dans leur direction, la Galaxie a un plasma électronique à peu près uniforme avec de 20 000 à 36 000 électrons par mètre cube - et donc aussi la même

densité d'ions positifs. Mais les six pulsars des nuages de Magellan indiquent une densité intergalactique beaucoup plus faible (ce qui est naturel : si le plasma électronique avait partout la densité qu'il a dans la Galaxie, il représenterait 98 % de la masse de l'Univers...). Si l'on avait  $m_0 = 0$ , cette densité intergalactique serait déjà inférieure à 2 000 électrons par mètre cube et, avec (29), cela interdit à  $m_0$  d'être plus grand que  $[2\,000 / 2,282 \times 10^{98}]^{1/2}$  kg, c'est-à-dire  $3 \times 10^{-48}$  kg.

La limite supérieure donnée par Ruytov [17], par l'analyse du vent solaire, est encore meilleure :  $m_0 \leq 10^{-52}$  kg.

Quand il sera possible d'observer les pulsars des autres galaxies, il deviendra plus aisé de séparer les effets des plasmas électroniques et ceux d'une masse au repos non nulle des photons, surtout si des pulsars à des distances très différentes sont presque dans la même direction.

Une autre possibilité serait l'analyse des émissions radio d'un système double très rapide : les ondes radios ont non seulement un retard par rapport aux ondes plus énergétiques, mais elles ont aussi une légère distorsion : elles vont plus vite quand leur émetteur a une vitesse radiale négative, que lorsqu'il a une vitesse radiale positive. Cette différence est liée à l'effet Doppler-Fizeau et aux différences correspondantes de fréquence, mais reconnaissons que seuls des systèmes doubles vraiment très rapides, avec des vitesses orbitales dépassant 1 000 km/s, montreront des effets mesurables.

Avec toutes ces informations, si nous considérons la période propre  $P_0$  des photons présentée en section 6, la meilleure possibilité est sans doute un période de 2 h 40 mn 0,6 s : la période «de Kotov» qui apparaît dans tant de phénomènes astrophysiques [26]. La «masse au repos» des photons serait alors de  $7,68 \cdot 10^{-55}$  kg.

## L'interaction photon-photon

Le fameux «effet Compton» est lié à l'interaction, ou à la collision, électron-photon. D'une interprétation difficile en termes de théorie ondulatoire, mais très simple avec la théorie corpusculaire, il a été considéré comme la preuve décisive en faveur de l'existence des photons.

D'une manière analogue, nous pouvons étudier la collision photon-photon dans les deux référentiels suivants :

A) Collision à l'instant  $t_1 = 0$ , à l'origine, dans le référentiel du centre de masse.

Les deux photons ont des vitesses constantes et toujours opposées, aussi bien avant la collision qu'après, et (si nous prenons le plan du mouvement pour plan  $O_1x_1y_1$ ) nous obtiendrons :

I) Pour le premier photon :

$$x_1 = g_1 t_1 \cos a_1 ; y_1 = g_1 t_1 \sin a_1 ; z_1 = 0$$

II) Pour le deuxième photon :

$$x'_1 = -x_1 ; y'_1 = -y_1 ; z'_1 = -z_1, \\ \text{à tout instant}$$

(31)

L'angle  $a_1$  aura une première valeur pour les temps négatifs et une autre valeur pour les temps positifs, mais la vitesse  $g_1$  sera la même dans les deux cas (conservation de l'énergie).

B) Collision à l'origine, à l'instant  $t = 0$ , dans le référentiel Oxyz de vitesse  $v$  par rapport au précédent le long des axes  $O_1x_1$  et  $Ox$ .

Nous pouvons utiliser la transformation de Lorentz présentée en (2) :

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= [1 - (v^2/c^2)]^{-0.5} \\ x &= \gamma t_1 (g_1 \cos a_1 + v) \\ y &= g_1 t_1 \sin a_1 \\ z &= 0 \\ t &= \gamma t_1 [1 + (v g_1 \cos a_1 / c^2)] \\ x' &= \gamma t_1 (v - g_1 \cos a_1) \\ y' &= -g_1 t_1 \sin a_1 \\ z' &= 0 \\ t' &= \gamma t_1 [1 - (v g_1 \cos a_1 / c^2)] \end{aligned} \right| \quad (32)$$

Les sections 5 et 7 nous permettent d'obtenir les énergies  $E$  et  $E'$  dans ce second référentiel :

$$\begin{aligned} E &= hv = m_0 c^2 (c^2 + v g_1 \cos a_1) [(c^2 - g_1^2) (c^2 - v^2)]^{-1/2} \\ E' &= hv' = m_0 c^2 (c^2 - v g_1 \cos a_1) [(c^2 - g_1^2) (c^2 - v^2)]^{-1/2} \end{aligned} \quad (33)$$

On notera que la somme  $E + E'$  est indépendante de l'angle  $a_1$  ; l'énergie totale est conservée après la collision.

Supposons maintenant que le premier photon est un photon usuel tandis que le second est un «photon lent», de vitesse inférieure à 280 000 km/s ; dans ces conditions, en prenant pour  $m_0$  la valeur définie à la fin de la section précédente, même si le premier photon correspond seulement à une onde métrique, le rapport  $E/E'$  dépasse  $10^{12}$ , ce qui implique :

$$(c^2 + v g_1 \cos a_1) / (c^2 - v g_1 \cos a_1) > 10^{12} \quad (34)$$

et donc :

$$1 - 2 \cdot 10^{-12} < v g_1 \cos a_1 / c^2 < 1 \quad (35)$$

soit, puisque  $v < c$  ;  $g_1 < c$  ;  $\cos a_1 < 1$  :

$$\left. \begin{aligned} 1 - 2 \cdot 10^{-12} &< v/c < 1 \\ 1 - 2 \cdot 10^{-12} &< g_1/c < 1 \\ 1 - 2 \cdot 10^{-12} &< \cos a_1 < 1 \end{aligned} \right| \quad (36)$$

$$\gamma = [1 - (v^2/c^2)]^{-0.5} > 500\,000 \quad (37)$$

Considérons maintenant un modèle très grossier de collision photon-photon : rien ne se passe si la distance des deux photons reste toujours supérieure à une petite limite  $\epsilon$ , dans le cas contraire - et ce, par exemple, pour des raisons quantiques -, la déviation de la direction dans le premier référentiel, repérée par l'angle  $a_1$ , sera supposée toujours égale au petit angle  $\delta$  (dans une direction arbitraire, pas nécessairement dans le plan  $O_1x_1y_1$ ).

En conséquence, avec (32) et (37), une déviation  $\delta$  de la direction dans le premier référentiel ne donne qu'une déviation  $\delta/2\gamma$  de la direction du photon rapide dans le second référentiel, soit moins de  $\delta/10^6$ .

Dans ces conditions, si nous supposons qu'un photon rapide habituel rencontre en moyenne  $N$  photons lents au long d'un Mégaparsec, nous obtiendrons :

A) Une décroissance de son énergie dans le rapport suivant :

$$E(\text{final}) / E(\text{initial}) = [1 - (\delta^2 / 4)]^N \quad (38)$$

B) Une déviation de la direction de son mouvement inférieure à l'angle  $\beta$  donné par :

$$\beta = \sqrt{N} [\delta / 10^6] \quad (39)$$

Si, par exemple, nous supposons que la décroissance de l'énergie correspond précisément à la loi de Hubble, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} N (\delta^2 / 4) &= (70 \text{ km/s}) / c = 1 / 4300 \\ \beta &= 3 \cdot 10^{-8} \text{ Rd} = 0.007'' \end{aligned} \quad (40)$$

La déviation obtenue est négligeable, d'autant plus qu'elle a été calculée pour des ondes métriques : pour des radiations visibles elle serait mille fois plus faible...

Remarquons qu'un rapport  $E(\text{final}) / E(\text{initial})$  indépendant de la longueur d'onde est une propriété classique de l'effet Doppler-Fizeau ; elle est ici obtenue avec le modèle très grossier exposé ci-dessus, mais elle reste conservée si la déviation  $\delta$  est une fonction décroissante quelconque de la distance de croisement (fonction pouvant éventuellement comporter des éléments aléatoires).

Ainsi, d'une manière tout à fait surprenante, l'étude de l'hypothèse d'une masse au repos non nulle des photons conduit à une nouvelle explication possible de la loi de Hubble, une explication différente de la classique «fuite des galaxies» et qui, certes, requiert une majorité massive de «photons lents» non encore découverts (il est vrai que leur énergie est si petite...). Mais nous savons déjà que, pour chaque particule ordinaire, électron, proton, neutron, il y plus de cent millions de photons, presque tous étant des «photons froids» du «rayonnement de fond de ciel» à 2,7 K.

Bien entendu, il semble difficile de remettre en cause le «modèle standard» qui s'appuie sur tant d'observations et de phénomènes différents - mais qui rencontre aussi de sérieuses difficultés. Cependant, notons tout de même que le modèle présenté ici a plusieurs avantages : il permet d'obtenir la fameuse «masse manquante», il explique les anisotropies de la loi de Hubble - la célèbre «constante de Hubble» est plus élevée dans les directions de concentration de matière, et de photons -, et il donne une explication simple du paradoxe de Kotov [25].

## Conclusions

Les photons peuvent avoir une «masse au repos» très faible mais non nulle, l'analyse de cette possibilité conduit à des développements simples, cohérents et sans contradiction. Il y a certes une petite modification des équations de Maxwell et une adaptation nécessaire de l'invariance de jauge, mais tout cela ne préjuge en rien de la réalité de cette masse. Cependant l'extrême petitesse des photons restreint pratiquement les effets mesurables de leur masse aux mouvements des ondes radios les plus longues. Ces effets demeurent négligeables pour les rayonnements énergétiques usuels, y compris les ondes infra-rouges.

L'existence d'une «période propre» bien définie donne aux photons de masse non nulle une plus grande unité que dans le cas des photons de masse nulle.

Les possibilités de mesure de la masse au repos des photons sont à l'extrême limite des observations astronomiques et des expériences astronautiques.

Une conséquence curieuse est la possibilité d'un décalage «non cosmologique» vers le rouge, décalage dû aux interactions photons-photons. Cette possibilité en compétition, ou en composition partielle, avec l'habituelle «fuite des galaxies», mérite une étude approfondie.

## Remerciements

Je remercie M<sup>me</sup> Edith Falgarone et MM. Jean Souchay et Ismaël Cognard qui m'ont donné un grand nombre de renseignements concernant les pulsars (en particulier réf. 25), M. Jean-François Roussel qui m'a éclairé sur les plasmas que l'on trouve dans l'espace, M. Jean-Claude Pecker qui m'a fourni de nombreux renseignements sur les possibilités «non cosmologiques» de décalage des spectres vers le rouge (réf. 26) et M. Arkhipov qui a vérifié que l'invariance de jauge - qui normalement conduit à des photons de masse au repos nulle - peut être adaptée au cas des photons de masse au repos non nulle.

## Références

- POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, **140**, pp. 1504-1508, 5 juin 1905.
- POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **21**, pp. 127-175, received July 23, 1905, published in January 1906.
- EINSTEIN A., Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik*, **17**, pp. 891-921, received June 30, 1905, published September 26, 1905.
- LEVEUGLE J., *La Relativité, Poincaré et Einstein, Planck, Hilbert*, Ed. l'Harmattan, septembre 2004.
- LOGUNOV A.A., titre en russe. 1988.  
On the articles by Henri Poincaré : «On the dynamics of the electron», Publishing department of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 1995.
- POINCARÉ H., L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique, *Bulletin des Sciences Mathématiques*, **28**, 2<sup>e</sup> série (réorganisé 39-1), pp. 302-324, 1904.
- POINCARÉ H., *La Science et l'Hypothèse*, Ed. Flammarion, pp. 111, 245, 246, Paris, 1902.
- EINSTEIN A., L'éther et la théorie de la relativité. Conférence faite à Leyde (Pays-Bas) le 5 mai 1920. Traduction en français par Maurice Solovine et Marie-Antoinette Tonnelat dans : *Albert Einstein, Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, Collection «Discours de la méthode», nouvelle édition, Ed. Gauthier-Villars, p. 74, 1972.
- RITZ W., Recherches critiques sur l'électrodynamique générale, *Annales de Chimie et de Physique*, **13**, p. 145, 1908.
- RITZ W., Sur les théories électromagnétiques de Maxwell-Lorentz, *Arch. Sci. Phys. Nat.*, **16**, p. 260, 1908.
- EHRENFEST P., Zur Frage nach der Entbehrlichkeit des Lichtäthers, *Phys. Z.*, **13**, p. 317, 1912.
- EHRENFEST P., Zur Krise der Lichtäther-hypothese. Lecture delivered in Leyden (1912) and in Berlin (1913).
- TOLMAN R.C., The second postulate of Relativity, *Physical Review*, **30**, p. 291, 1910, and **31**, p. 26, 1910.
- KUNZ J., Electromagnetism and emission theory of light, *American Journal of Science*, **30**, pages 313-334, 1910.
- COMSTOCK D.F., A neglected type of Relativity, *Physical Review*, **30**, p. 267, 1910.
- DE BROGLIE L., La mécanique ondulatoire du photon, 1. Une nouvelle théorie de la lumière Hermann, pp.121-165, 1940.
- RYUTOV D., The Role of Finite Photon Mass in Magnetohydrodynamics of Space Plasmas, *Journal of Plasma Physics*, 1997.
- COMBOURIEUX M.C., Vigier J.P., *Physics Letter A*, **175**, p. 277, 1993.
- MÛNERA H.A., An Absolute Space Interpretation (with Non-Zero Photon Mass) of the Non-Null Results of Michelson-Morley and similar Experiments : An extension of Vigier's Proposal, *Apeiron*, **4**, n° 2-3, pp. 77-80, April-July 1997.
- VIGIER J.P., Relativistic Interpretation (with non-zero Photon Mass) of the small ether drift velocity detected by the Michelson, Morley and Miller, *Apeiron*, **4**, pp. 71-76, 1997.
- VIGIER J.P., New non-zero photon mass interpretation of the Sagnac effect as direct experimental justification of the Langevin paradox, *Physics Letters A*, **234**, pp. 75-85, 1997.
- MARCHAL C., Physics with photons of non-zero rest mass. in *New physics at Colliders and in Cosmic Rays*, XXVIII<sup>th</sup> International Workshop on the Fundamental Problems on High Energy Physics and Field Cosmology, Protvino, Russia, June 22-24, 2005.
- ROTS A.H., JAHODA K., LYNE A.G., Absolute timing of the Crab Nebula Pulsar with RXTE. Submitted to *Astrophysical Journal Letters*, arxiv : astro-ph 0403187v1, March 8, 2004.
- FAIRHEAD L., Chronométrage du pulsar milliseconde TSR 1937+214. Analyse astrométrique et observation à Nançay, thèse de doctorat de l'observatoire de Paris, janvier 1989.
- MANCHESTER R.N., HOBBS G.B., TEOH A., HOBBS M., Australia Telescope National Facility, *Pulsar Catalogue*, Last update February 2005. (the corresponding website is : <http://www.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>).

- 26 КОТОВ В.А. , ЛЮТЫЙ В.М., The 160 minutes periodicity in the optical and X-ray observations of extragalactic objects, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, tome 310, série 2, pp. 743-748, 1990.
- 27 PECKER J.C., Possible explanations of non cosmological redshifts, *Proceedings of the IAU Colloquium 37*, Paris 6-7 September 1976. Edited by C. Balkowski and B.E. Westerlund. Centre national de la recherche scientifique, pp. 451-479, 1977.

**Annexe**  
**Vitesse de phase et vitesse de groupe**

Considérons une onde sinusoïdale ordinaire se déplaçant le long de l'axe des x en fonction du temps t :

$$F(x, t) = A \cos\{2\pi [vt - (x/\lambda) + f_0]\} \quad (A1)$$

avec les notations habituelles :

- A = amplitude
- v = fréquence
- λ = longueur d'onde
- 2πf<sub>0</sub> = phase à l'origine
- 2π [vt - (x/λ) + f<sub>0</sub>] = phase

La vitesse de phase φ est égale au produit λv, c'est la vitesse avec laquelle les nœuds N et N' se déplacent le long de l'axe des x (fig. 4).

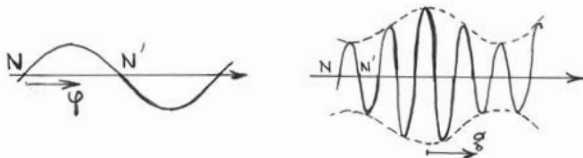


Figure 4

Les nœuds N et N' avancent avec la vitesse de phase φ le long de l'axe des x mais le maximum de la courbe en pointillé (battement) avance avec la vitesse de groupe g.

Cependant si des sinusoïdes de fréquences voisines n'ont pas tout à fait la même vitesse de phase, leur somme - qui présente le phénomène classique de battement (fig. 4) - montre l'existence d'une autre vitesse : la vitesse de groupe g à laquelle il faut aller pour que les différences de phase soient constantes... et si ces différences sont nulles il y a accumulation d'énergie : l'énergie et la matière se déplacent à la vitesse de groupe.

Supposons que les fréquences soient v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub>, ... v<sub>n</sub> et les longueurs d'onde λ<sub>1</sub>, λ<sub>2</sub>, ... λ<sub>n</sub>, la vitesse g nécessaire est donc telle que pour x = gt et pour deux indices j et k :

$$2\pi [v_j t - (x/\lambda_j) + f_0] - 2\pi [v_k t - (x/\lambda_k) + f_0] = \text{constante} \quad (A2)$$

soit :

$$v_j - v_k = g [ (1/\lambda_j) - (1/\lambda_k) ] \quad (A3)$$

ou bien, en termes différentiels, pour l'ensemble des ondes voisines :

$$g = \text{vitesse de groupe} = dv / d (1/\lambda) = - \lambda^2 dv/d\lambda \quad (A4)$$

Si, compte-tenu de φ = λv, on considère la fonction φ(λ) au lieu de la fonction v(λ), on obtient :

$$g = \text{vitesse de groupe} = \phi - \lambda(d\phi/d\lambda) \quad (A5)$$

On voit donc que la vitesse de groupe g est égale à la vitesse de phase φ seulement si dφ/dλ est nul, ce qui bien sûr est en particulier le cas si cette vitesse de phase est la même pour toutes les longueurs d'onde.

Les expressions (20)-(22) de la section 7 permettent de vérifier qu'il y a bien compatibilité entre la relation g φ = c<sup>2</sup> et la condition (A5).

**Christian Marchal**

ONERA, Direction scientifique générale, 29 avenue de la Division Leclerc, BP 72, 92322 Châtillon Cedex  
christian.marchal@onera.fr