

Henri Poincaré et la Physique

Les textes qui suivent sont issus de l'après-midi scientifique organisée par l'Association Henri Poincaré, le jeudi 7 octobre 2004 à l'Ecole des Mines de Paris, à l'occasion du cent cinquantième de la naissance d'Henri Poincaré et du centenaire du principe de relativité.

Avec le concours de l'Ecole des Mines de Paris, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique et de l'Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA), et avec le soutien de l'AFAS.

* *

AVANT-PROPOS

La désaffection des jeunes étudiants d'aujourd'hui pour les études scientifiques vient en grande partie du caractère dogmatique de l'actuel enseignement des sciences : «C'est comme cela et pas autrement !». Ceci a aussi l'inconvénient de rendre les scientifiques moins aptes à admettre les remises en cause, les progrès et les changements. Il faut absolument rendre cet enseignement plus vivant et plus formateur, et pour cela l'approche historique est l'un des meilleurs moyens.

Pour toutes ces raisons, et pour commémorer le cent cinquantième d'Henri Poincaré, l'association Henri Poincaré, avec le soutien de l'AFAS, a organisé une journée scientifique «Henri Poincaré et la Physique», et nous remercions l'Ecole des Mines de Paris qui a mis à

notre disposition l'amphithéâtre Henri Poincaré pendant l'après-midi du jeudi 7 octobre dernier.

Il y a bien sûr une autre raison essentielle au choix du thème de cette journée : Henri Poincaré est encore considéré par la plupart des scientifiques français comme un pur mathématicien, alors que son œuvre en physique est de tout premier plan. Remarquons toutefois qu'il n'en est heureusement pas de même à l'étranger.

Nous avons reçu des approbations enthousiastes et des propositions d'exposé, surtout de l'étranger (Belgique, Italie, Japon, Russie, Etats-Unis, Suisse...) et plusieurs de nos intervenants étaient des étrangers, mais tous ont insisté pour présenter leur travail en français.

Christian Marchal

Président du groupe «Mathématiques» de l'AFAS

Membre de l'Association Henri Poincaré

La synchronisation de Poincaré : du temps local au groupe de Lorentz

par Jean Reigner

Professeur émérite de l'université libre de Bruxelles et de la Vrije Universiteit Brussel

Résumé:

Dès l'introduction heuristique du concept de temps local par Lorentz (1895), H. Poincaré s'est intéressé au problème de définir et de mesurer concrètement le temps qu'il convient d'utiliser en physique. Dans *La mesure du temps* (1898), il soulève quelques-unes des questions qui pavent la route vers la relativité, et notamment : la quasi-nécessité d'admettre le postulat d'une vitesse de la lumière constante, indépendante de la direction de propagation, et d'utiliser ce postulat pour définir la simultanéité. En 1900, H. Poincaré explique le sens physique du temps local de Lorentz (au premier ordre en v/c), qui n'est rien d'autre que le temps défini par une synchronisation des montres par échange de signaux lumineux en admettant le postulat ci-dessus. En 1904, il précise cette explication à tous les ordres en v/c , moyennant l'hypothèse supplémentaire d'une contraction des corps en mouvement par rapport à l'éther. Certains auteurs ont voulu voir dans cette référence à l'éther et dans cette hypothèse supplémentaire la preuve d'une mauvaise compréhension de la Relativité. Poincaré n'a jamais explicité les calculs étayant ses assertions, mais ses explications sont si claires que l'existence de tels calculs est évidente, et qu'il n'est guère difficile de les refaire. On s'aperçoit alors que Poincaré avait raison, à l'époque, de présenter la contraction de Lorentz comme une hypothèse fondamentale de la théorie. Ce n'est qu'après sa propre formulation du Principe de Relativité (1904), concrétisée par sa découverte du caractère groupal des transformations de Lorentz que Poincaré a pu s'affranchir de cette hypothèse (juin 1905). Je conclurai en insistant sur l'évidence de la primauté de Poincaré dans la formulation de la relativité du temps et de la méthode de synchronisation des montres, ainsi que dans la découverte du groupe de Lorentz, qui est l'essence même du principe de relativité.

Introduction

Au début du 20^e siècle, l'université de Bruxelles entretenait des rapports privilégiés avec Henri Poincaré. Elle a même adopté comme devise une phrase extraite du discours qu'il prononça lors de sa nomination au titre de Docteur Honoris Causa de l'Université, le 19 novembre 1909, jour du 75^e anniversaire de la fondation de l'Université : «*La pensée ne doit jamais se soumettre, ni à un dogme, ni à un parti, ni à une passion, ni à un intérêt, ni à une idée préconçue, ni à quoi que ce soit, si ce n'est aux faits eux-mêmes, parce que, pour elle, se soumettre, ce serait cesser d'exister.*»

Quand, il y a de cela une dizaine d'années, j'ai décidé de regarder de plus près l'histoire de la Relativité, j'ai soudainement pris conscience du fait que la grande majorité de la littérature «relativiste» existante, tant scientifique que de vulgarisation, s'écartait considérablement de ce principe et qu'au lieu de s'en tenir «aux faits eux-mêmes», elle s'embarrassait de dogmes, de passions, et d'idées préconçues. Nous avons tous appris au cours de nos études que la «révolution relativiste» de 1905 résultait des réflexions profondes et solitaires d'un jeune homme

de 26 ans qui, par une critique pénétrante des notions de temps et d'espace, et en particulier de la notion de simultanéité, avait en un seul article apporté la solution de problèmes sur lesquels des physiciens chevronnés peinaient depuis de nombreuses années. Si j'ai choisi de vous parler aujourd'hui de «La synchronisation de Poincaré», c'est bien entendu en tout premier lieu parce que je considère qu'il s'agit là d'un élément essentiel dans l'histoire de la construction de la Relativité, mais aussi parce que ce sujet me permettra de montrer comment certaines études historiques superficielles, ou partisans, ont pu donner une présentation déformée de la pensée d'un très grand scientifique.

Il est difficile de préciser à quel moment Poincaré a commencé à s'intéresser à la notion de temps, à la mesure du temps et à son rôle dans les théories physiques. De par sa formation et ses recherches en mécanique, il savait évidemment que la mécanique de Newton ne laisse pas beaucoup de liberté quant au choix du paramètre t (temps) de ses équations : si l'on choisit une autre notion de temps, c'est à dire une autre mesure du temps, soit $t' = f(t)$, on voit en général apparaître dans les équations des termes dits «de réaction» qui rendent ces équations plus compliquées.

De là peut-être sa conviction que le temps doit être défini de façon à ce que les équations de la physique soient simples. D'autre part, si l'on en croit un livre récent de Peter Galison [1], l'appartenance de Poincaré au Bureau des Longitudes (depuis 1893) et par voie de conséquence sa participation au réglage de l'heure par l'échange de signaux télégraphiques auraient aussi joué un grand rôle. Ses contacts avec des philosophes et ses propres réflexions philosophiques furent aussi très probablement de puissants stimulants. Mais il est certain que le physicien Poincaré, qui suivait de très près l'évolution des théories physiques, a dû considérer avec beaucoup d'intérêt et de curiosité l'invention par son collègue Lorentz d'un artifice mathématique que ce dernier appelait fort justement «le temps local».

Le temps local de Lorentz

En 1895, le grand physicien hollandais Hendrik Antoon Lorentz, qui étudiait depuis plus de 20 ans les phénomènes de l'électro-optique, publie un article que tout le monde désigne aujourd'hui par son seul premier mot «Versuch...», un peu comme s'il s'agissait d'une bulle papale [2]. Cet article propose une solution approchée mais suffisante pour l'époque de nombreux problèmes concernant les phénomènes électrodynamiques dans les corps en mouvement. L'approche électrodynamique de Lorentz était incontestablement moderne et elle a laissé des traces profondes dans la physique d'aujourd'hui. Pour Lorentz, le monde est essentiellement vide, mais il s'agit d'un vide qui permet la propagation des champs électromagnétiques et qui est donc doué de propriétés physiques : c'est l'éther. Dans ce monde, la matière est représentée par des particules chargées aux propriétés permanentes que Lorentz a baptisées du nom générique d'*électrons*. Ces électrons interagissent avec les champs électromagnétiques (ils les subissent mais ils participent aussi à leur création) pour donner l'apparence des phénomènes. Dans ses travaux antérieurs, Lorentz avait ainsi réussi à expliquer la plupart des phénomènes de l'électro-optique pour la matière au repos dans l'éther. Dans le «Versuch...» il étudie les phénomènes de l'électro-optique pour les corps en mouvement par rapport à l'éther, du moins dans la mesure où leur vitesse reste faible en comparaison avec la vitesse de la lumière c (au premier ordre en v/c , c'est à dire en négligeant les effets proportionnels au carré de cette quantité). D'une manière extrêmement ingénieuse, il montre qu'il est toujours possible de changer les définitions des champs électromagnétiques du corps en mouvement de façon telle qu'il devient impossible de déceler les effets de ce mouvement et donc de décider expérimentalement si le corps est en mouvement ou au repos par rapport à l'éther. C'est ce qu'il appelle «les états correspondants». Mais pour que la compensation se fasse, il faut éga-

lement admettre que l'on utilise au sein du corps en mouvement une autre notion de temps que celle utilisée en mécanique, le fameux temps absolu de Newton que l'on utilisait aussi pour l'électrodynamique des corps au repos dans l'éther. Ce nouveau temps de Lorentz, qui n'est d'ailleurs à ses yeux qu'un artifice mathématique, présente la particularité de dépendre de l'endroit où on l'utilise, ce qui l'apparente au temps local de la vie des villes anciennes (ce qui justifie le nom que Lorentz lui donne). Si l'on considère un corps animé d'un mouvement uniforme de vitesse v par rapport à l'éther, dans une direction définie par un axe coordonné x , le temps local de Lorentz (version 1895) se définit formellement par la relation :

$$t' = t - vx/c^2 \quad (1)$$

ceci en convenant que les deux temps, le temps vrai t et le temps local t' , coïncident à l'origine du système des axes coordonnés. Pour être plus clair et mieux comprendre ce qui se passe, munissons l'éther et le corps en mouvement de systèmes d'axes orthogonaux parallèles, respectivement (x, y, z) et (x', y', z') et convenons que le système primé glisse à vitesse constante v le long de l'axe x du système fixe de l'éther, et qu'à l'instant $t = 0$ les deux systèmes coïncident. En mécanique, et plus généralement dans toute la physique avant le «Versuch...», un événement A survenant à l'instant t_A au point de coordonnées (x_A, y_A, z_A) de l'éther sera considéré comme survenant au même instant t_A au point de coordonnées (x_A, y_A, z_A) du mobile, avec la correspondance :

$$\begin{aligned} x_A &= x_A - vt_A \\ y_A &= y_A \\ z_A &= z_A \end{aligned} \quad (2)$$

Cette correspondance est appelée «transformation de Galilée». Elle laisse la mécanique invariante, avec la conséquence immédiate que des expériences de mécanique faites dans un laboratoire lié au corps en mouvement ne permettent pas de déceler le mouvement absolu de ce corps. Si l'on s'en tenait là, certaines expériences d'électro-optique effectuées dans un tel laboratoire permettraient au contraire de mettre en évidence le mouvement par rapport à l'éther. Le temps local de Lorentz est un temps à utiliser dans le laboratoire en mouvement à seule fin de rendre cette détection impossible. L'événement A dont il est question ci-dessus survient alors au temps local $t_A = t_A - vx_A/c^2$, c'est-à-dire aussi, au même premier ordre d'approximation en v/c , au temps local $t_A = t_A - vx_A/c^2$. On voit que des événements A et B , simultanés en temps vrai, mais survenant en des points de coordonnées dont les abscisses x_A et x_B diffèrent, c'est-à-dire en des endroits x_A et x_B , du corps en mouvement, seront décalés en temps local de la quantité : $v(x_A - x_B)/c^2$. C'est, selon Lorentz, une partie du prix à payer pour rendre impossible la détection du mouvement par rapport à l'éther par des expériences d'électro-opti-

que au premier ordre en v/c . Bien entendu, l'autre face de la médaille veut que si l'on utilisait aussi le temps local en mécanique, on pourrait en principe mettre le mouvement absolu en évidence. Mais Lorentz pouvait dormir tranquille parce que ces effets mécaniques étaient extrêmement petits (au premier ordre en v/c) et tout à fait hors de portée expérimentale, ce qui sauve les apparences. De toute manière, dans l'esprit de Lorentz, le temps local n'est qu'un artifice mathématique et le seul temps physique, le temps «vrai», est le temps newtonien utilisé dans l'éther.

Dans une série d'articles parus en 1895 dans la revue *L'éclairage électrique*, Poincaré étudie et compare les différentes théories proposées pour étendre l'électro-optique au cas des corps en mouvement par rapport à l'éther [3]. Sur la base de critères précis, il conclut qu'aucune des théories proposées n'est vraiment satisfaisante, mais il réserve la place d'honneur à la théorie de Lorentz : «Il faut donc renoncer à développer une théorie parfaitement satisfaisante et s'en tenir provisoirement à la moins défectueuse de toutes qui paraît être celle de Lorentz.», tout en soulignant ses insuffisances :

«Il est à peine nécessaire de souligner que cette théorie, si elle peut nous rendre certains services pour notre objet, en fixant un peu nos idées, ne peut nous satisfaire pleinement, ni être regardée comme définitive.

«Il me paraît bien difficile d'admettre que le principe de réaction soit violé, même en apparence, et qu'il ne soit plus vrai si l'on envisage seulement les actions subies par la matière pondérable et si on laisse de côté la réaction de cette matière sur l'éther.

«Il faudra donc un jour ou l'autre modifier nos idées en quelque point important et briser le cadre où nous cherchons à faire entrer à la fois les phénomènes optiques et les phénomènes électriques. Mais même en se bornant aux phénomènes optiques proprement dits, ce qu'on a dit jusqu'ici pour expliquer l'entraînement partiel des ondes n'est pas satisfaisant.»

Et tout de suite après, il ajoute cette phrase qui, avec 10 ans d'avance, annonce ses préoccupations relativistes : «L'expérience a révélé une foule de faits qui peuvent se résumer dans la formule suivante : il est impossible de rendre manifeste le mouvement absolu de la matière, ou mieux le mouvement relatif de la matière par rapport à l'éther ; tout ce qu'on peut mettre en évidence, c'est le mouvement de la matière pondérable par rapport à la matière pondérable.», et il précise que cette loi semble vraie bien au delà de la restriction du premier ordre en v/c «... ainsi que l'a prouvé une récente expérience de M. Michelson.»

On voit que l'objection principale de Poincaré à la théorie proposée par Lorentz porte sur le principe action-réaction. De par sa nature, l'éther de Lorentz n'a pas d'inertie et ne subit pas d'action mécanique de la part de la matière. D'autre part, l'action d'un corps matériel sur un autre corps matériel se fait avec un certain retard à cause de la vitesse finie de la propagation du champ élec-

tromagnétique dans l'éther. Entretemps, il y a donc violation du principe action-réaction de la mécanique, ce qui devrait entraîner des conséquences de principe inacceptables, comme la violation de la conservation de l'énergie, ou encore la violation du principe galiléen du mouvement relatif. C'est évidemment inacceptable et l'on comprend que Poincaré va concentrer son attention sur ce point. Comme on le verra dans un instant, il découvrira ainsi (en 1900) que la solution passe, en partie par le temps local de Lorentz, et en partie aussi par l'idée qu'il convient d'associer une inertie au champ électromagnétique. Il anticipait ainsi une formule qui allait devenir célèbre quelques années plus tard : $m = E/c^2$.

La mesure du temps

Pour reprendre le fil du cheminement intellectuel historique de Poincaré, il convient de dire un mot de son fameux article de 1898 sur «La mesure du temps». En fait, cet article révèle la profondeur de la réflexion de Poincaré sur «le temps et sa mesure» et il mériterait à lui seul une analyse détaillée. Je me contenterai ici de rappeler quelques phrases importantes pour la suite de mon exposé :

«De sorte que la définition implicitement adoptée par les astronomes peut se résumer ainsi : Le temps doit être défini de telle façon que les équations de la mécanique soient aussi simples que possible.»

«Quand un astronome me dit que tel phénomène stellaire, que son télescope lui révèle en ce moment, s'est cependant passé il y a cinquante ans, je cherche à comprendre ce qu'il veut dire et pour cela, je lui demande d'abord comment il le sait, c'est-à-dire comment il a mesuré la vitesse de la lumière. Il a commencé par admettre que la lumière a une vitesse constante, et en particulier que sa vitesse est la même dans toutes les directions. C'est là un postulat sans lequel aucune mesure de cette vitesse ne pourrait être tentée. Ce postulat ne pourra jamais être vérifié directement par l'expérience ; il pourrait être contredit par elle, si les résultats des diverses mesures n'étaient pas concordants. [...]. Le postulat, en tout cas, conforme au principe de la raison suffisante, a été accepté par tout le monde ; ce que je veux retenir c'est qu'il nous fournit une règle nouvelle pour la recherche de la simultanéité...».

Un peu plus loin, après avoir parlé du problème de l'heure en des endroits différents et du réglage des horloges par l'échange de signaux télégraphiques, Poincaré écrit : «Il est difficile de séparer le problème qualitatif de la simultanéité du problème quantitatif de la mesure du temps ; soit qu'on se sert d'un chronomètre, soit qu'on ait à tenir compte d'une vitesse de transmission, comme celle de la lumière, car on ne saurait mesurer une pareille vitesse sans *mesurer* un temps» ; et il conclut : «La simultanéité de deux événements, ou l'ordre de leur succes-

sion, l'égalité de deux durées, doivent être définis de telle sorte que l'énoncé des lois naturelles soit aussi simple que possible.»

J'en resterai là dans mon rappel de cet article, bien que je le considère comme extrêmement déterminant pour l'évolution de la pensée de Poincaré quant au temps. Sans doute a-t-il aussi joué un rôle important dans les réflexions postérieures d'autres auteurs, lesquels ne l'ont pas toujours mentionné¹.

La conférence de Leyden

J'en viens maintenant à la fameuse communication faite à Leyden le 10 décembre 1900, à l'occasion du 25^e anniversaire de la thèse de doctorat de Lorentz [5]. C'est l'un des textes les plus intéressants de la période de gestation de la Relativité. C'est aussi l'un des plus difficiles à lire de nos jours. Il ne faut donc pas s'étonner qu'il ait parfois été mal compris par certains historiens peu familiarisés avec la physique mathématique, et malheureusement aussi, qu'il ait été passé sous silence par d'autres moins scrupuleux. Je n'en retiendrai ici que la géniale clarification de la notion de temps local de Lorentz qui intervient dans la discussion du principe action² :

«Pour que la compensation se fasse, il faut rapporter les phénomènes, non pas au temps vrai t , mais à un certain *temps local* t' défini de la façon suivante. Je suppose que des observateurs placés en différents points règlent leurs montres à l'aide de signaux lumineux ; qu'ils cherchent à corriger ces signaux du temps de la transmission, mais qu'ignorant le mouvement de translation dont ils sont animés et croyant par conséquent que les signaux se transmettent également vite dans les deux sens, ils se bornent à croiser les observations en envoyant un signal de A en B, puis un autre de B en A. Le temps local t' est le temps marqué par les montres ainsi réglées.

«Si alors c est la vitesse de la lumière, et v la translation de la terre que je suppose parallèle à l'axe des x positifs, on aura : $t' = t - vx/c^2$.»

Poincaré ne donne pas le détail de son calcul. Sans doute le juge-t-il trop élémentaire pour la prestigieuse audience à laquelle il s'adresse³. L'explication ci-dessus est cependant si claire qu'il est aisé de reconstituer ce calcul, ce que nous ferons dans un instant. Ce qu'il faut bien voir, c'est que Poincaré vient ainsi de définir (encore à l'approximation du premier ordre en v/c) la fameuse synchronisation des horloges dans un référentiel inertiel, ce qui constituera bientôt la base de la Relativité. Au mois de septembre de 1904, il répétera cette explication en des termes un peu différents à la Conférence de St Louis (Missouri, Etats-Unis) [6], en introduisant cette fois les récents progrès de Lorentz qui quelques mois plus tôt a enfin réussi à généraliser ses résultats à tous les ordres en v/c [7] :

«L'idée la plus ingénieuse a été celle du temps local. Imaginons deux observateurs qui veulent régler leurs montres par des signaux optiques ; ils échangent des signaux, mais comme ils savent que la transmission de la lumière n'est pas instantanée, ils prennent soin de les croiser. Quand la station B aperçoit le signal de la station A, son horloge ne doit pas marquer la même heure que celle de la station A au moment de l'émission du signal, mais cette heure augmentée d'une constante représentant la durée de la transmission. Supposons, par exemple, que la station A envoie son signal quand son horloge marque l'heure zéro, et que la station B l'aperçoive quand son horloge marque l'heure t . Les horloges sont réglées si le retard égal à t représente la durée de transmission, et pour le vérifier, la station B expédie à son tour un signal quand son horloge marque l'heure zéro, la station A doit alors l'apercevoir quand son horloge marque t . Les montres sont ainsi réglées.

«Et en effet elles marquent la même heure au même instant physique, mais à une condition, c'est que les deux stations soient fixes. Dans le cas contraire, la durée de la transmission ne sera pas la même dans les deux sens, puisque la station A par exemple marche au devant de la perturbation optique émanée de B, tandis que la station B fuit devant la perturbation émanée de A. Les montres réglées de la sorte ne marqueront donc pas le temps vrai, elle marqueront ce qu'on peut appeler le temps local, de sorte que l'une d'elles retardera sur l'autre. Peu importe, puisque nous n'avons aucun moyen de nous en apercevoir. Tous les phénomènes qui se produiront en A par exemple seront en retard, mais tous le seront également, et l'observateur ne s'en apercevra pas puisque sa montre retarde ; ainsi, comme le veut le principe de relativité, il n'aura aucun moyen de savoir s'il est en repos ou en mouvement absolu.

«Cela malheureusement ne suffit pas, et il faut des hypothèses complémentaires ; il faut admettre que les corps en mouvement subissent une contraction uniforme dans le sens du mouvement. L'un des diamètres de la terre par exemple est raccourci de $1/200\ 000\ 000$ par suite du mouvement de notre planète, tandis que l'autre diamètre conserve sa longueur normale. Ainsi se trouvent compensées les dernières petites différences.»

¹ L'article est mentionné dans le chapitre consacré à la Mécanique dans le célèbre ouvrage *La Science et l'Hypothèse* [4]. Il ne pouvait donc pas échapper à l'attention des nombreux physiciens qui lurent ce livre.

² Dans cette citation, je désigne la vitesse de la lumière par c comme dans le reste de l'exposé et non par V comme dans le texte original.

³ Sur le plan de l'histoire, Poincaré a certainement été mal inspiré ! En agissant de la sorte, il laissait la porte ouverte à tout autre qui voudrait ensuite publier le détail du calcul sous son propre nom !

Voici donc apparaître la fameuse hypothèse complémentaire de la contraction de Lorentz-Fitzgerald. On a parfois reproché à Poincaré de la maintenir dans sa présentation de la relativité alors qu'elle peut se *déduire* de la transformation relativiste (cf. par exemple : [8], [9]). Nous montrerons dans un instant qu'il s'agit là d'un mauvais procès qui ne tient pas compte de différentes circonstances, comme par exemple la phase de *création* de la théorie, ou encore, en ce qui concerne les présentations postérieures, de subtiles considérations d'interprétation parfois faites à des fins pédagogiques.

Le temps local de Poincaré

Je voudrais maintenant présenter le calcul que Poincaré a dû faire pour arriver à son interprétation du temps local, calcul dont la simplicité est telle qu'il n'a pas jugé bon de l'expliquer.

En 1900, Poincaré rencontre chez Lorentz les formules suivantes, qui relient un référentiel au repos dans l'éther où l'on utilise le «temps vrai» de la mécanique (référentiel x, t), à un autre référentiel en mouvement uniforme de vitesse v par rapport au premier et où l'on utilise le temps local (référentiel x', t')⁴ :

$$x' = x - vt \quad (3a)$$

$$t' = t - vx/c^2 \quad (3b)$$

La formule (3a) est clairement la formule galiléenne de translation uniforme, avec les conventions de coïncidence des origines des systèmes de coordonnées au temps zéro et de l'emploi des mêmes unités dans les deux référentiels. La formule (3b) *définit* le temps local de Lorentz, c'est-à-dire le temps $t'(x')$ que doit utiliser un observateur dont la coordonnée est x' dans le référentiel en mouvement pour que les phénomènes électro-optiques lui apparaissent comme s'il était au repos dans l'éther, du moins au premier ordre en v/c . Ici aussi, on fait des conventions de coïncidence des origines et de même marche des horloges.

En 1904, Lorentz introduit dans ses formules un facteur *ad hoc* dans le but d'obtenir cette fois l'invariance des phénomènes électro-optiques à tous les ordres en v/c . Dans la formule galiléenne (4a), il est clair que ce facteur correspond à un changement d'échelle des longueurs dans le référentiel en mouvement : si nous admettons qu'une barre rigide de longueur L dans le référentiel en mouvement apparaît contractée (ou dilatée) par un facteur g dans le référentiel au repos, c'est-à-dire si sa mesure y est gL , on doit effectivement écrire la transformation galiléenne sous la forme :

$$x' = g^{-1}(x - vt) \quad (4a)$$

Il faut maintenant comprendre comment le processus de synchronisation des horloges par signaux optiques croisés va conduire Poincaré au temps local (3b) en 1900

et au temps local (4b) en 1904, avec le *même* facteur g^{-1} que dans (4a) :

$$t' = g^{-1}(t - vx/c^2) \quad (4b)$$

Les formules (3) et (4) définissent des changements de coordonnées $(x, t) \rightarrow (x', t')$ linéaires⁵ et homogènes (grâce aux conventions d'origines). Il est loisible de considérer les formules (3) comme un cas particulier de (4) quand les longueurs ne sont pas modifiées par le mouvement par rapport à l'éther ($g = 1$). Nous devons donc montrer comment la synchronisation par échange croisé de signaux optiques détermine les coefficients a et b de la forme linéaire :

$$t' = at + bx \quad (5)$$

et aboutit à la réponse (4b). Rappelons que la règle du jeu de synchronisation définie par Poincaré peut se traduire ainsi :

- les observateurs A et B sont liés au référentiel en mouvement dont ils ignorent la vitesse dans l'éther. A peut être placé à l'origine du système de coordonnées et B au point de coordonnée $x'_B = L$; la distance AB est égale à L dans le référentiel en mouvement, et est égale à gL dans le référentiel de l'éther ;
- quand la montre de A indique le temps $t'_A = 0$, A envoie un signal optique vers B, et il demande à B d'ajuster à la réception du signal sa montre sur le temps $t'_B = L/c$; (n'ayant aucune idée de son mouvement par rapport à l'éther, A croit de bonne foi que la vitesse de la lumière dans son référentiel est c) ;
- mais par précaution, les deux observateurs vont effectuer un contrôle par l'opération inverse : quand la montre de B indique le temps $t'_B = t'_0$, B envoie un signal optique vers A, et il invite A à *vérifier* que sa montre indique bien le temps $t'_A = t'_0 + L/c$ à la réception du signal. Les montres sont alors synchrones, comme si le référentiel inertiel était au repos dans l'éther.

Ces deux opérations définissent deux équations qui permettent de calculer les coefficients a et b de la transformation (5). On réalise ainsi le passage d'une chronologie synchronisée a priori dans l'éther (le temps vrai t) à une chronologie synchronisée dans le référentiel en mouvement par rapport à l'éther, «*dans l'illusion que ce système est au repos puisque la vitesse de la lumière y est la même dans les deux directions*».

⁴ Les deux autres coordonnées d'espace y et z sont ici omises pour la simplicité de la discussion. Je reviendrai sur ces coordonnées plus loin.

⁵ Ce que l'on interprétera plus tard comme correspondant à l'homogénéité de l'espace et du temps dans les deux référentiels.

Le signal de A atteint B après un parcours dont la longueur D_1 , estimée dans le référentiel de l'éther, est égale à la distance AB (c'est-à-dire gL) augmentée du déplacement du référentiel mobile vt_1 , où t_1 est le temps mis par la lumière pour effectuer ce parcours :

$$D_1 = gL + vt_1 = ct_1 \quad (6)$$

Nous obtenons ainsi l'instant t_1 :

$$t_1 = gL / (c - v) \quad (7)$$

et la coordonnée $x_B(t_1)$ de B quand il reçoit le signal de A (en fait, $x_B(t_1) = D_1$) :

$$x_B(t_1) = gL [c / (c - v)] \quad (8)$$

La montre de B marque alors le temps $t'_1 = L/c$. En remplaçant ces données dans l'équation (5), on obtient une première relation en vue de déterminer les coefficients a et b :

$$L/c = (a + bc) [gL / (c - v)] \quad (9)$$

Pour le signal croisé, nous devons procéder de même. Au temps local t'_0 de B correspond le temps vrai t_0 de l'éther donné par (5) :

$$t'_0 = at_0 + b(gL + vt_0) \quad (10)$$

La lumière va maintenant à contresens du mouvement du référentiel mobile et la durée du trajet en temps vrai est (voir équation 7) :

$$t_2 - t_0 = gL / (c + v) \quad (11)$$

Au temps vrai t_2 de l'arrivée du signal en A, celui-ci a la coordonnée vt_2 dans le référentiel de l'éther et sa montre doit marquer le temps local $t'_0 + L/c$. On a donc une deuxième équation :

$$t'_0 + (L/c) = at_2 + bvt_2 \quad (12)$$

qui devient par remplacement d'après (10) et (11) :

$$L/c = (a - bc) [gL / (c + v)] \quad (13)$$

Les équations (9) et (13) déterminent les coefficients a et b du temps local de synchronisation dans le référentiel mobile :

$$t' = (1/g) (t - vx/c^2) \quad (14)$$

Les équations (3), (4) et (14) montrent que Poincaré avait raison quand, en 1900, et sans l'hypothèse de la contraction (c'est-à-dire avec $g = 1$), il associait le temps local (3b) à la transformation d'espace de Galilée (3a). Et il avait encore raison quand, en 1904, et avec cette fois l'hypothèse de contraction, il introduisait le facteur

$g^{-1} = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ dans le temps local (4b) comme dans la transformation d'espace de Lorentz (4a). Mais cette démonstration montre aussi clairement que, à ce stade, le paramètre de contraction g est *arbitraire*. Il faut donc introduire un élément nouveau pour lever cette ambiguïté !

Le groupe des translations parallèles

C'est ici que Poincaré va faire intervenir la notion de groupe, qui concrétise son *Principe de Relativité*. La relation établie entre le référentiel privilégié de l'éther (au sens de Lorentz, c'est-à-dire un référentiel «absolu», utilisant le temps «vrai», où la vitesse de la lumière est la même dans toutes les directions) et un autre référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport au premier, est aussi vraie entre deux tels référentiels mobiles, *moyennant une nouvelle définition de la vitesse relative* ! Dans ces conditions, le soi-disant référentiel «absolu» et son temps «vrai» perdent *de facto* leur caractère exceptionnel et chaque observateur inertiel peut, à bon droit, se croire au repos dans l'éther.

Nous savons que Poincaré va arriver à cette conclusion importante par un travail de mûrissement qui s'étale entre la conférence de St Louis (septembre 1904) et sa note à l'Académie du 5 juin 1905. A une date incertaine de cette période, il écrit à Lorentz⁶ pour lui signaler sa découverte de cette structure de groupe. Il n'est pas clair s'il s'agit alors du groupe partiel des transformations parallèles (aujourd'hui sous-groupe des «boosts») ou s'il s'agit déjà du groupe complet (boosts, rotations d'espace et dilatation) qu'il baptisera en juin «groupe de Lorentz» (aujourd'hui désigné par la notation L_+ , les symboles $+$ et $\bar{}$ indiquant que l'on conserve le sens des axes d'espace et de temps). Je crois personnellement qu'il ne s'agit encore que du groupe des boosts. Je fonde ma conviction sur le fait que l'élimination de l'ambiguïté quant au facteur g ci-dessus n'est pas encore complète, en ce sens qu'elle fait encore usage d'une hypothèse tirée de la théorie des modèles de l'électron. Ce que Poincaré indique dans sa lettre, c'est que si l'on considère :

- d'une part une première transformation⁷ (ε, k, f) de l'éther vers un référentiel en mouvement par rapport à l'éther :

$$\begin{aligned} x' &= fk(x - \varepsilon t) \\ t' &= fk(t - \varepsilon x) \end{aligned} \quad (15)$$

($\varepsilon = v/c$ est la vitesse relative en unités de la vitesse de la lumière ; $k = (1 - \varepsilon^2)^{-1/2}$; et f est un paramètre que nous discuterons ci-dessous) ;

- d'autre part, une deuxième transformation similaire (ε', k', f') vers un autre référentiel également en mouvement par rapport à l'éther :

$$\begin{aligned} x'' &= f'k'(x - \varepsilon't) \\ t'' &= f'k'(t - \varepsilon'x) \end{aligned} \quad (16)$$

⁶ La lettre est reproduite en fac-similé dans l'ouvrage de A.I. Miller ([10], p. 81). Elle n'est apparemment pas datée.

⁷ J'utilise ici les notations de Poincaré à cela près que je remplace son paramètre l par f pour éviter une possible confusion typographique avec le chiffre un.

- alors, il existe une transformation similaire entre les deux référentiels en mouvement relatif :

$$\begin{aligned} x'' &= f''k''(x' - \varepsilon''t') \\ t'' &= f''k''(t' - \varepsilon''x') \end{aligned} \tag{17}$$

avec les règles suivantes pour définir les nouveaux paramètres :

$$\varepsilon'' = (\varepsilon' - \varepsilon) / (1 - \varepsilon\varepsilon') \tag{18}$$

$$k'' = (1 - \varepsilon''^2)^{-1/2} \tag{19}$$

$$f'' = ff' \tag{20}$$

Ces résultats méritent quelques commentaires :

- La formule (18) constitue la première apparition d'une nouvelle règle de composition des vitesses : dans l'ancienne transformation de Galilée, on avait simplement $\varepsilon'' = \varepsilon' - \varepsilon$, sans le dénominateur.
- La formule (19) montre que la fameuse contraction est «relative» et en fait symétrique : chacun voit l'autre contracté.
- Quant au facteur f, sa présence souligne le fait que tout n'est pas encore dit quant à la contraction, c'est-à-dire au facteur g que nous avons introduit précédemment dans la discussion du temps local.

Avant d'aller plus loin dans l'analyse de la propriété de groupe, il convient de dire un mot du remplacement de notre facteur g^{-1} des formules (4) par le produit fk , où k est le facteur de contraction de Lorentz-Fitzgerald. En fait, si l'on cherche seulement à obtenir l'invariance des équations de l'électromagnétisme pour une transformation ressemblant à la transformation de Galilée, on s'aperçoit qu'on peut l'obtenir sous une forme un peu plus générale que la transformation standard de Lorentz, en factorisant de la sorte le coefficient g^{-1} des relations $(x, t) \leftrightarrow (x', t')$ et en introduisant le facteur f dans le changement des coordonnées y et z ; à côté de l'équation (15), on écrit donc :

$$\begin{aligned} y' &= fy \\ z' &= fz \end{aligned} \tag{15'}$$

Cette propriété était connue de Lorentz en 1904 [7], mais il ignorait alors qu'elle avait été établie bien avant lui par Voigt [11]. Cependant, tous ces résultats antérieurs n'étaient encore que partiellement justes et c'est seulement dans les articles de Poincaré de 1905 que l'on trouve une démonstration *complète* de cette invariance. Dans son article de 1904, Lorentz discute des possibles limitations de la valeur de f quand on sort ce paramètre du simple cadre maxwellien pour l'utiliser aussi dans le cadre de la théorie des électrons. Il conclut que f ne peut alors être qu'un paramètre constant, indépendant de la vitesse de l'électron, et en fait que la seule valeur acceptable est «un». Dans sa lettre à Lorentz, Poincaré voit les choses un peu différemment. Son étude générale des modèles de l'électron le conduit à prendre f de la forme :

$$f = f(\varepsilon) = (1 - \varepsilon^2)^m \tag{21}$$

et dans ces conditions, la loi de groupe (20) n'est possi-

ble que pour $m = 0$, c'est-à-dire $f = 1$, ainsi que Lorentz l'avait obtenu.

Il est un peu étonnant que Poincaré qui venait de reconnaître la structure de groupe de la transformation de Lorentz n'ait pas poursuivi son analyse de la relation (20) par la méthode des groupes continus dont il était pourtant familier. Puisqu'il sait maintenant qu'il a affaire à un groupe, il est parfaitement légitime de considérer une chaîne: $x \leftrightarrow x'$, suivi de $x' \leftrightarrow x''$, et de comparer ensuite x et x'' (au lieu de la chaîne originale ci-dessus qui partait de l'éther vers les référentiels mobiles et comparait ensuite les référentiels mobiles entre eux). Prenant alors comme deuxième élément ($x' \leftrightarrow x''$) une transformation infinitésimale $\delta\varepsilon$, on obtient pour l'équation (20) la nouvelle forme :

$$f(\varepsilon) \cdot f(\delta\varepsilon) = f[(\varepsilon + \delta\varepsilon) / (1 + \varepsilon\delta\varepsilon)] \tag{22}$$

que l'on peut développer au premier ordre en $\delta\varepsilon$; en utilisant aussi la condition initiale évidente que $f(0) = 1$, on obtient l'équation différentielle :

$$df/d\varepsilon = [(f'(0) / (1 - \varepsilon^2))] f(\varepsilon) \tag{23}$$

dont l'intégration est immédiate :

$$f(\varepsilon) = [(1 + \varepsilon) / (1 - \varepsilon)]^{0,5 f'(0)} \tag{24}$$

Cette réponse (qui n'est évidemment pas de l'histoire) est instructive : elle montre que le seul groupe des transformations parallèles ne permet pas de définir complètement la fonction f . Par conséquent, Poincaré avait raison d'utiliser dans un premier temps un élément extérieur, comme la théorie des électrons, pour fixer la valeur de f : en utilisant pour f la forme générale (20) qui est paire en ε , il devait évidemment trouver $f(\varepsilon) = f(0) = 1$.

Le groupe de Lorentz

Poincaré ne va pas s'en tenir au seul groupe des transformations parallèles. Dans son article du 5 juin 1905 [12], il présente un résumé des résultats qu'il vient d'obtenir et dont on trouvera le détail dans son grand article envoyé un mois plus tard : «Le point essentiel, établi par Lorentz, c'est que les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées par une certaine transformation (que j'appellerai du nom de *Lorentz*) et qui est de la forme suivante :

$$(1) \quad x' = fk(x + \varepsilon t), \quad y' = fy, \quad z' = fz, \quad t' = fk(t + \varepsilon x),$$

x, y, z sont les coordonnées et t le temps avant la transformation, x', y', z' et t' après la transformation. D'ailleurs ε est une constante qui définit la transformation

$$k = 1 / \sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

et f est une fonction quelconque de ε . On voit que dans cette transformation l'axe des x joue un rôle particulier, mais on peut évidemment construire une transformation où ce rôle serait joué par une droite quelconque passant

par l'origine. L'ensemble de toutes ces transformations, joint à l'ensemble de toutes les rotations d'espace, doit former un groupe ; mais pour qu'il en soit ainsi, il faut que $f = 1$; on est donc conduit à supposer $f = 1$ et c'est là une conséquence que Lorentz avait obtenue par une autre voie.»

Dans l'article de juillet [13], les choses sont encore plus précises :

D'une part, la démonstration de l'invariance des équations du champ électromagnétique est conduite avec des paramètres ε et f indépendants. Comme je l'ai déjà signalé, c'est la première démonstration complète et correcte de cette propriété. Poincaré y met d'ailleurs un soin particulier puisqu'il la détaille sur trois paragraphes, où il l'aborde de trois façons différentes.

D'autre part, il analyse le groupe de Lorentz à partir de son groupe de Lie ; cette analyse est incroyablement moderne et peut figurer telle quelle dans l'enseignement de nos jours. En voici la conclusion :

«Nous sommes donc amenés à envisager un groupe continu que nous appellerons le groupe de Lorentz et qui admettra comme transformations infinitésimales :

1° La transformation T_0 qui sera permutable à toutes les autres ;

2° Les trois transformations T_1, T_2, T_3 ;

3° Les trois rotations $[T_1, T_2], [T_2, T_3], [T_3, T_1]$.

Une transformation quelconque de ce groupe pourra toujours se décomposer en une transformation de la forme :

$$x' = fx, \quad y' = fy, \quad z' = fz, \quad t' = ft$$

et une transformation linéaire qui n'altère pas la forme quadratique

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2$$

Nous pouvons encore engendrer notre groupe d'une autre manière. Toute transformation du groupe pourra être regardée comme une transformation de la forme :

$$(1) \quad x' = fk(x + \varepsilon t), \quad y' = fy, \quad z' = fz, \quad t' = fk(t + \varepsilon x)$$

précédée et suivie d'une rotation convenable.

Mais pour notre objet, nous ne devons considérer qu'une partie des transformations de ce groupe ; nous devons supposer que f est une fonction de ε , et il s'agit de choisir cette fonction, de façon que cette partie du groupe, que j'appellerai P , forme encore un groupe.»

Ici Poincaré exprime pleinement que, dans une approche relativiste, la transformation ne peut dépendre que de la vitesse relative des référentiels. Il joue alors habilement sur la propriété de groupe pour prouver que, dans ces conditions, f doit être égal à 1 :

«Faisons tourner le système de 180° autour de l'axe des y , nous devons retrouver une transformation qui devra encore appartenir à P . Or cela revient à changer le signe de x, x', z et z' ; on trouve ainsi :

$$(2) \quad x' = fk(x - \varepsilon t), \quad y' = fy, \quad z' = fz, \quad t' = fk(t - \varepsilon x)$$

Donc f ne change pas quand on change ε en $-\varepsilon$.

D'autre part, si P est un groupe, la substitution inverse de (1), qui s'écrit :

$$(3) \quad x' = (k/f)(x - \varepsilon t), \quad y' = y/f, \quad z' = z/f, \quad t' = (k/f)(t - \varepsilon x)$$

devra également appartenir à P ; elle devra donc être identique à (2), c'est-à-dire que

$$f = 1/f$$

On devra donc avoir $f = 1$.»

Ce n'est pas ma tâche de revoir ici les nombreux autres résultats du grand article de juillet 1905 [13]. Mais je ne peux pas quitter le sujet sans mentionner ceux liés au groupe de Lorentz, c'est-à-dire *ceux dont personne d'autre ne peut lui disputer la paternité* :

- Il montre que les transformations qu'il baptise du nom de *Lorentz* forment avec les rotations spatiales un groupe mathématique qu'il baptise «groupe de Lorentz» (aujourd'hui : groupe L^+). Il construit les opérateurs infinitésimaux du groupe et découvre la forme quadratique invariante $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$. Il montre que le groupe de Lorentz est en fait le groupe des rotations autour de l'origine dans un espace à quatre dimensions : $x, y, z, t\sqrt{-1}$.
- Il montre qu'un certain nombre de quantités physiques individuelles, tant électromagnétiques que mécaniques, peuvent être regroupées en «quadruples» qui se transforment comme les quatre coordonnées de cet espace. C'est la découverte de la notion de quadrivecteur, mais Poincaré n'utilise pas ce terme.
- Il découvre les invariants du champ électromagnétique :

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} \quad \text{et} \quad \mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2$$

et il les utilise fort habilement dans une étude du rayonnement d'une charge en mouvement. Il montre aussi l'invariance de l'intégrale d'action du champ électromagnétique.

- Dans son étude relativiste de l'électron, il est amené à introduire un élément nouveau qu'on appelle depuis lors la pression de Poincaré, et dont la nature n'a pas été élucidée. Ayant ainsi rétabli la cohérence de la théorie de l'électron avec une dynamique relativiste, il découvre les équations de cette dynamique (NB en unités $m=1, c=1$).
- Il énonce une hypothèse constructive selon laquelle toutes les forces fondamentales devraient, comme la force électromagnétique, se transformer conformément au groupe de Lorentz.
- Il utilise sa connaissance de la nouvelle dynamique et sa grande expertise de mathématicien pour tenter de construire une théorie «lorentzienne» de la gravitation. Il évoque pour la première fois l'idée d'ondes gravitationnelles se propageant à la vitesse de la lumière.

A propos de quelques critiques

On a parfois reproché à Poincaré de n'avoir pas *déduit* les transformations de Lorentz de «Principes Fondamentaux». Je ferai remarquer deux choses :

Tout d'abord, il est rare, et pour mieux dire il n'arrive pas, qu'un véritable créateur développe sa théorie sur la base de principes. Le vrai créateur procède par petites étapes et par tâtonnements. Ceux qui développent une théorie sur la base de Principes sont le plus souvent des scientifiques qui réorganisent des résultats antérieurs, et ceci est vrai que l'antériorité soit ou ne soit pas signalée.

Ensuite, Poincaré était un mathématicien qui n'aimait pas les théories dites «axiomatiques». Pour lui, la véritable création était aussi en partie le fruit de l'intuition.

On a aussi reproché à Poincaré d'avoir conservé la notion d'éther, même après 1905. C'est un mauvais procès intenté par ceux qui croient encore que cette notion aurait été définitivement éliminée de la physique après 1905. En réalité, si l'on suit l'œuvre de Poincaré, on s'aperçoit que ses relations à l'éther ont toujours été ambiguës, et qu'il a surtout utilisé l'éther comme un moyen commode de penser la physique. Dans *La Science et l'Hypothèse.*, ch. XII, on lit :

«Peu nous importe que l'éther existe réellement, c'est l'affaire des métaphysiciens ; l'essentiel pour nous c'est que tout se passe comme s'il existait et que cette hypothèse est commode pour l'explication des phénomènes. Après tout, avons-nous d'autre raison de croire à l'existence des objets matériels ? Ce n'est là aussi qu'une hypothèse commode ; seulement elle ne cessera jamais de l'être, tandis qu'un jour viendra sans doute où l'éther sera rejeté comme inutile.

«Mais ce jour-là même, les lois de l'optique et les équations qui les traduisent analytiquement resteront vraies, au moins comme première approximation. Il sera donc toujours utile d'étudier une doctrine qui relie entre elles toutes ces équations.»

Il est clair que la découverte du groupe de Lorentz par Poincaré a fait disparaître *de facto* l'éther de la physique relativiste. Mais il pouvait être utile de le conserver comme mode à penser pédagogique.

Bibliographie

- 1 GALISON P., *Einstein's Clocks, Poincaré's maps*, Sceptre, London (2004).
- 2 LORENTZ H.A., *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, Leiden, E.J. Brill, 1895. Reprint in *Collected Papers*, 5, 1-137.
- 3 POINCARÉ H., *À propos de la théorie de M. Larmor; L'éclairage électrique*, 1895. Repris dans *Oeuvre*, tome IX, 369-426.
- 4 POINCARÉ H., *La Science et l'Hypothèse*, Flammarion, 1902.
- 5 POINCARÉ H., La théorie de Lorentz et le principe de réaction, *Archives Néerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles*, 1900, 2^e série, 5, 252-278. Repris dans *Oeuvre*, tome IX, 464-488.
- 6 POINCARÉ H., Les principes de la physique-mathématique, Conférence de St-Louis (1904), *Bulletin des Sciences Mathématiques*, 1904, 28, 302-324. La valeur de la science, Flammarion, 1905, Ch.VIII. Reprint in *Physics for a New Century*, Am. Inst. of Phys. 281-299.
- 7 LORENTZ H.A., Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity less than that of light, *Proc. R. Acad. Amsterdam*, 1904, 6, 809. Reprint in *Collected Papers*, 5, 172-197.
- 8 TONNELAT M.A., *Histoire du principe de relativité*, Flammarion, Paris, (1971).
- 9 PAIS A., *Subtle is the Lord... The science and life of Albert Einstein*, Oxford Univ. Press, 1982.
- 10 MILLER A.I., *Albert Einstein's special theory of relativity. Emergence (1905) and early interpretation (1905-1911)*, Addison-Wesley Pub. Cy., New-York, 1981.
- 11 VOIGT W., Über das Doppler'sche Prinzip, *Gött. Nachr.*, 1887, 14. Repris dans *Phys. Zeitschrift* 16 (1915) 381-386.
- 12 POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Comptes Rendus de l'Acad. des Sc.*, 1905, 14, 1504-1508. Repris dans *Oeuvre*, tome IX, 489-493.
- 13 POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 1906, 21, 129-176. Repris dans «Euvre» Tome IX, 494-550.

Jean Reignier

Université libre de Bruxelles, Département de mathématiques, CP 217, 1050 Bruxelles, Belgique
jreignier@ulb.ac.be

Röntgen, les rayons X, Poincaré et Becquerel

par Jules Leveugle

(X 43), auteur de *La Relativité, Poincaré et Einstein, Planck, Hilbert*

On sait que Röntgen découvrit, à la fin de 1895, dans son laboratoire de Würzburg, ce qu'il avait appelé les rayons X. Cette découverte avait eu aussitôt un très grand retentissement à cause de ses applications médicales d'un intérêt évident : le docteur d'Arsonval, membre de la section «Médecine et Chirurgie» de l'Académie des sciences de Paris, avait reçu de Röntgen la radiographie d'une main humaine et la montra aussitôt à ses collègues de l'Académie à sa séance du 20 janvier 1896.

Mais la découverte de Röntgen avait aussi un intérêt fondamental pour les physiciens, particulièrement pour ceux qui s'intéressaient aux rayonnements sous toutes leurs formes. Le docteur d'Arsonval ne pouvait expliquer à ses collègues le processus physique par lequel la découverte de Röntgen avait été obtenue et demanda à Poincaré de la faire.

En effet, Poincaré était ce jour là le seul à l'Académie à être en possession de l'article princeps que Röntgen avait publié à la fin de décembre 1895 à Würzburg. Il en avait envoyé un exemplaire à Poincaré, car la réputation de physicien théoricien de Poincaré était bien établie en Allemagne, particulièrement dans le domaine de l'électromagnétisme. Son ouvrage intitulé *Electricité et Optique* de 1892 avait été traduit en allemand.

L'Académie des sciences de Paris ne publiait pas d'exposés oraux ou de discussions faits au cours de ses séances. C'est pourquoi Poincaré publia aussitôt l'exposé qu'il avait fait le 20 janvier 1896 dans le numéro paru le 30 janvier dans la *Revue générale des Sciences pures et appliquées*. Dans cet exposé, il suivit point par point l'article de Röntgen :

- un rayonnement inconnu appelé par l'auteur le rayonnement X, émanant d'un tube de Crookes, où se produisent des rayons cathodiques, rendait fluorescent un écran enduit d'un sel de baryum placé à proximité ;
- ce rayonnement peut impressionner la plaque photographique ;
- ce rayonnement ne semble pas se réfracter et n'est pas constitué de rayons cathodiques, car il n'est pas dévié par l'aimant ;
- le centre d'émission de ce rayonnement est le verre, là où il reçoit les rayons cathodiques, et il l'émet en devenant fluorescent ;

et il ajouta la conjecture suivante qui découle du 4^e point de Röntgen, mais que Röntgen n'avait pas posée lui-même : «Ne peut-on alors se demander si tous les corps

dont la fluorescence est suffisamment intense n'émettent pas, outre des rayons lumineux, des rayons X de Röntgen, quelle que soit la cause de leur fluorescence ?»

Henri Becquerel (1853-1909) était présent à cette séance. Il était le fils et le petit-fils de physiciens qui avaient été comme lui membres de l'Académie des sciences, et s'étaient particulièrement intéressés à leur laboratoire du Muséum d'histoire naturelle au phénomène de la fluorescence, notamment à celle des sels d'uranium. Une riche collection de sels d'uranium y avait été conservée. On connaît la suite.

Becquerel, revenu à son laboratoire du Muséum, tenta aussitôt de vérifier la conjecture sur l'émission conjointe de rayons lumineux et de rayons X. Par une série d'expériences habilement conduites, il découvrit que l'uranium émet indépendamment de toute fluorescence, un «rayonnement uranique». Celui-ci fut étudié aussi par Marie et Pierre Curie, qui découvrirent ainsi les éléments qu'ils appelèrent polonium et radium en 1898 qui sont beaucoup plus «radioactifs» que l'uranium.

On ne saurait donc oublier le rôle qu'a joué Poincaré le 20 janvier 1896 dans la chaîne des circonstances qui ont conduit à cette immense découverte de la propriété de la matière qu'est la radioactivité.

Poincaré a montré à l'égard des découvertes qui ont suivi le 20 janvier 1896 un intérêt passionné et en a tiré à son tour des découvertes d'une immense portée. Dans sa conférence de Saint Louis du 24 septembre 1904, il cita 5 fois le radium, qu'il qualifia de «grand révolutionnaire», par exemple à propos du principe de la conservation de l'énergie, de la manière suivante : «Dès les premiers travaux de Becquerel et surtout quand les Curie ont découvert le radium, on vit que tout corps radioactif était une source inépuisable de radiations... Les radiations, c'était en effet de l'énergie, et de ce même morceau de radium il en sortait, et il en sortait toujours...»

Au début de 1900, Villars avait découvert les rayons γ issus du radium. Or, à la fin de 1900 Poincaré avait écrit dans le *Festschrift* de Lorentz : «S'il y a création d'énergie électromagnétique, il faut admettre qu'elle se forme à partir d'une provision d'énergie de nature quelconque existant en chaque point ou elle se forme.»

Pour Poincaré en 1900, cette provision d'énergie «de nature quelconque» pouvait être contenue dans le petit

morceau de radium qui donnait naissance à la radiation γ . Cette radiation qu'il pouvait croire de nature électromagnétique, ce qui a été établi plus tard, avait dû emprunter au radium son énergie E , et son inertie m telle que $E = mc^2$, mais il était encore trop tôt pour le dire explicitement.

Poincaré cita de nouveau le radium dans sa conférence de Saint Louis à propos du principe de Lavoisier : «Les rayons cathodiques et ceux du radium seraient formés [...] d'électrons qui se déplaceraient à des vitesses plus petites sans doute que celle de la lumière mais qui en seraient le dixième ou le tiers. Ces rayons peuvent être déviés, soit par un champ électrique, soit par un champ magnétique, et on peut, en comparant ces déviations, mesurer à la fois la vitesse des électrons et leur masse (où plutôt le rapport de leur masse à leur charge). Mais, quand on a vu que ces vitesses se rapprochaient de la vitesse de la lumière, on s'est avisé qu'une correction était nécessaire.»

Ces mesures avaient été effectuées par Becquerel dès 1900, puis par d'autres. *La masse devait alors être fonction de la vitesse de l'électron*. On comprend que Poincaré conclut sa conférence de Saint Louis sur le projet suivant : «Peut-être devons nous construire toute une *Mécanique nouvelle* que nous ne faisons qu'entrevoir, où l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite indépassable.»

Poincaré exposa dès le début de juin 1905 cette «Mécanique nouvelle» fondée sur le principe de la relativité, et pourrait-on dire, rendue inévitable par la découverte de la radioactivité.

Cependant le radium avait tendu un piège diabolique aux physiciens théoriciens qui, contrairement à Poincaré, pouvaient être tentés de faire l'hypothèse que la vitesse des rayons Becquerel, c'est à dire les rayons β du radium, pouvait n'avoir aucune limite. A Göttingen, l'université allemande de grande renommée, certains parmi les plus

éminents théoriciens tombèrent dans ce piège, et développèrent toute une théorie de l'électron supra lumineuse, largement publiée en 1904 et au début de 1905. La révélation en juin 1905 de la Mécanique nouvelle de Poincaré mirent ces théoriciens dans un terrible embarras : leur théorie était sans valeur.

Leur cuisant échec a été sans doute une des causes de leur volonté délibérée d'occulter la théorie de Poincaré, qui a été, dans cette intention, attribuée à Einstein sous le nom de théorie de la relativité.

En terminant ce bref exposé sur Poincaré et la radioactivité, on peut se poser la question suivante :

- d'une part, l'émission du rayonnement et des particules par les corps radioactifs, se fait de manière discontinue et aléatoire, comme l'a révélé, dès 1902, la loi de la décroissance radioactive de Rutherford et Soddy ;
- d'autre part l'article de Poincaré de janvier 1912 sur la théorie quantique de Planck est certainement une contribution magistrale à la physique quantique : elle a permis le développement de cette théorie empêché jusque là par un scepticisme paralysant.

Pourquoi alors Poincaré n'a-t-il pas rapproché de quelque manière les phénomènes radioactifs des phénomènes quantiques, qui paraissaient déjà alors avoir une étroite parenté ?

La réponse la plus probable à cette question est qu'il n'en a pas eu le temps, accablé par la maladie dont il devait mourir peu après.

Jules Leveugle

115 boulevard Koenig, 92200 Neuilly-sur-Seine
jules.leveugle@wanadoo.fr

Poincaré et «l'atome de mouvement»

par Jean-Paul Auffray

Ancien membre de l'Institut des sciences mathématiques à New York University et auteur de l'ouvrage *Einstein et Poincaré* (Le Pommier, 1999)

Le texte qui suit est un résumé de la communication orale présentée par Jean-Paul Auffray.

Pour éclairer son propos, l'orateur évoque la figure historique du jeune musicien prodige Felix Mendelssohn-Bartholdy lorsque, à l'âge de vingt ans, il apprit d'un vieux maître de chapelle l'existence d'une partition musicale oubliée depuis trois-quarts de siècle et intitulée «La Passion selon Saint Mathieu». Le jeune homme s'en procure une copie et la déchiffre. Il est émerveillé. Son auteur, lui dit son mentor, est un compositeur mort à Leipzig en 1750, dont plus personne ne joue la musique depuis longtemps : Jean-Sébastien Bach. Avec l'aide de son ami Robert Schumann, Mendelssohn entreprit, avec le succès que l'on sait, de faire redécouvrir au monde la musique du vieux Cantor de la Thomasschule de Leipzig.

Jean-Paul Auffray félicite les organisateurs de la Journée Henri Poincaré pour leurs efforts visant à remettre à l'honneur la mémoire d'Henri Poincaré, philosophe et physicien, et il leur souhaite de rencontrer dans leur entreprise le même succès que celui que les deux musiciens allemands ont rencontré dans la leur en leur temps. Il indique son intention de raconter succinctement comment le concept de «l'atome de mouvement» a pris corps en soulignant tout particulièrement le rôle qu'Henri Poincaré a joué dans cette affaire.

Les philosophes qui ont créé la science moderne au XVII^e siècle distinguaient les entités «immatérielles» que Newton, par exemple, appelait *puissances*, *vertus* ou *esprits*, et les entités matérielles, appelées simplement les «corps». Dans son traité *Le Monde*, Descartes introduit l'idée qu'un corps en mouvement transporte avec lui une certaine «quantité de mouvement». Si le corps se déplace à la vitesse v , chacune des parties qui le composent contribue de la valeur v à la quantité de mouvement. S'il y a m parties, la quantité totale transportée est donc égale à m fois v . Nous appelons aujourd'hui m la masse du corps et nous désignons la quantité de mouvement (également appelée impulsion) par la lettre $p = mv$.

En 1689, Leibniz entreprend un périple diplomatique qui le conduit jusqu'à Rome, où il s'entretient avec les jésuites et le pape. Sur le chemin du retour, il s'arrête à Florence, la ville mythique où, quelques décennies plus tôt, Galilée avait créé ses célèbres «deux sciences nouvelles». Leibniz y fonde à son tour une science nouvelle qu'il baptise «Dynamica» - il disait «mes dynamiques», nous disons aujourd'hui «la dynamique». Il place au coeur de

cette science un concept nouveau : l'action. Selon Leibniz, pour aller du point A au point B sur une distance égale à δ , un corps transportant la quantité de mouvement p «dépense» une quantité d'action égale à δp ou δmv .

A Paris, le 15 avril 1744, Pierre Moreau de Maupertuis reprend l'idée de Leibniz et énonce l'extraordinaire «principe de la moindre action» : «J'ai pensé que la lumière, lorsqu'elle passe d'un milieu dans un autre, abandonnant le chemin le plus court prend une route qui a un avantage plus réel : le chemin qu'elle tient est celui pour lequel la quantité d'action [dépensée] est la moindre.» A Berlin, dans sa foulée, Euler et Lagrange, puis Hamilton en Angleterre, étendent le domaine d'application de la découverte et inscrivent le principe de la moindre action au coeur de la physique. En 1900, Max Planck construit la formule qui rend compte de la loi du rayonnement du «corps noir». Il définit, pour la construire, deux «constantes universelles» nouvelles qu'il représente par les symboles h et k .

Selon cette formule, dans les processus naturels l'action est dépensée sous la forme d'«éléments», tous égaux entre eux, de valeur h .

En 1905, Einstein publie l'article célèbre dans lequel il défend l'idée, empruntée à Planck, selon laquelle l'énergie du rayonnement serait émise et absorbée sous la forme de «quanta de lumière» ou «quanta d'énergie» de valeur $h\nu$, désignant la fréquence du rayon considéré. En octobre-novembre 1911, Einstein et Poincaré participent au «Conseil de physique» réuni à Bruxelles sous les bons auspices du baron Solvay pour examiner le rôle joué par les quanta dans la Théorie du rayonnement. Pour Poincaré, «si le quantum d'énergie est proportionnel à la fréquence, c'est parce que le quantum d'action est un véritable atome».

Einstein défend tout au contraire le point de vue selon lequel l'entité physique fondamentale n'est pas h , mais $h\nu$, qui représente les quanta d'énergie. Dans ce schéma, le quantum élémentaire d'action perd son statut de «véritable atome» et la lettre h qui le représente devient, plus prosaïquement, la «constante de Planck» d'aujourd'hui.

Jean-Paul Auffray fait observer que la «mécanique nouvelle» relativiste construite par Henri Poincaré en 1904-1905 peut être considérée comme l'acte fondateur de la physique du XX^e siècle. Poincaré y utilise en effet,

pour la première fois, les outils mathématiques novateurs qui nous sont devenus familiers depuis, notamment ceux fondés dans la théorie des groupes. Il signale par ailleurs qu'ayant fait explicitement intervenir l'action et le principe de la moindre action dans ses calculs, Poincaré a construit en 1905 une authentique «dynamique nouvelle», ce qui ne fut pas le cas pour Einstein, qui avait plutôt cherché à construire une «cinématique». En réponse à une objection de la salle, l'orateur souligne que si la cinématique est bien une science à part entière, elle n'en diffère pas moins de la dynamique de façon significative - sauf à donner aux mots n'importe quelle signification.

Peu après la publication des travaux de Poincaré sur la relativité, Max Planck démontra que le quantum élémentaire d'action est un « invariant relativiste ». Au comble de l'enthousiasme, il s'exclama : « Au moment où l'idée de Relativité se répand et connaît un succès triomphal, la nature révèle l'existence d'un absolu là où on l'attendait le moins. Cet absolu [h] est une unité de mesure effectivement invariable ce qui lui donne un caractère dont elle était complètement dépourvue auparavant. » (Max Planck, *Initiation à la physique*, p. 82).

Ainsi au moment même où Planck commençait à éprouver des doutes à cet égard, les travaux de Poincaré l'avaient conforté dans sa confiance en la valeur de son invention. Dans les derniers mois de sa vie Poincaré fera une analyse approfondie de la théorie des quanta et reconnaîtra que la discontinuité des quanta est une nécessité, ainsi que les phénomènes probabilistes correspondants : *Donc, quelle que soit la loi du rayonnement, si l'on suppose que le rayonnement total est fini on sera conduit à*

une fonction w présentant des discontinuités analogues à celles que donne l'hypothèse des quanta (Journal de Physique théorique et appliquée, La nécessité de l'hypothèse de Planck, 1912, 5^e série, tome 2, p. 30). Ces travaux contribueront décisivement à sortir la théorie des quanta de l'isolement.

Jean-Paul Auffray indique qu'il a repris l'idée de Poincaré selon laquelle le quantum élémentaire d'action constitue un « véritable atome » et qu'il a entrepris de restructurer la mécanique quantique sur cette base en prenant pour point de départ l'équation $\delta p = h$ qui relie l'invention de Leibniz et celle de Planck. Il indique également qu'en collaboration avec son fils Charles Auffray (présent dans l'assistance), il s'apprête à entreprendre une étude du rôle que la seconde « constante universelle » de Planck, k , qui représente un élément d'entropie, pourrait jouer en biologie. En conclusion, Jean-Paul Auffray a indiqué qu'il préparait une nouvelle édition de son ouvrage « Einstein et Poincaré » qui sera en principe disponible au printemps, à l'occasion de la célébration du centenaire de la formulation, par Poincaré en 1905, de la « mécanique nouvelle » relativiste. Jean-Paul Auffray a agrémenté son exposé de remarques auxiliaires qui ont charmé l'auditoire, mais que nous n'avons pu retranscrire ici, sa conférence n'ayant pas été enregistrée.

Jean-Paul Auffray
07700 Saint-Martin-d'Ardèche
jpauffray@yahoo.fr

$$E = mc^2$$

l'équation de Poincaré, Einstein et Planck

par **Christian Bizouard**

Observatoire de Paris, département «Systèmes de références temps-espace»

Pour l'homme de la rue, et même la plupart des physiciens, la célèbre équation de la physique $E = mc^2$, traduisant la possibilité de convertir la matière (de masse m) en énergie (E) et inversement ou l'équivalence de masse et de l'énergie - c étant la vitesse de la lumière dans le vide -, est le fruit exclusif des cogitations géniales d'Einstein sur la théorie de la relativité. Pourtant une telle opinion s'apparente plus à une image d'Epinal qu'à la vérité. La genèse de $E = mc^2$, nous allons le voir, passe par des voies inattendues.

Les précurseurs

Dès 1704, dans son fameux traité *Opticks*, Newton évoquait la possibilité que la matière se convertisse en lumière et réciproquement : « Un corps grave et la lumière ne sont-ils pas convertibles l'un dans l'autre ? ». A la fin du XIX^e siècle, les physiciens se trouvaient face au mystère de l'énergie solaire et des processus radioactifs, qui défiaient toutes les énergies connues. Le paradoxe pouvait être levé en supposant, comme le physicien anglais S. Tolver Preston (*Physique de l'éther*, 1875), que la matière puisse être convertie en énergie. En 1903, l'industriel italien Olinto de Pretto propose que cette transformation soit régie par la formule $E = mc^2$ [1]. Dans son livre *Evolution de la matière* paru en 1905, le physicien et sociologue français Gustave Lebon suppose que la désintégration totale de la matière en lumière fournit l'énergie cinétique $\frac{1}{2} mc^2$ selon la formule classique de cette énergie ; il en conclut que la quantité d'énergie «intra-atomique» atteint $\frac{1}{2} mc^2$ et il est le premier à imaginer une bombe basée sur une telle désintégration.

Poincaré démontre l'équivalence masse-énergie électromagnétique

La première ébauche théorique est celle du savant français Henri Poincaré. Son œuvre gigantesque couvre aussi bien les mathématiques, l'astronomie, la physique théorique que l'épistémologie. En 1900, Lorentz venait de formaliser sa nouvelle théorie électromagnétique. Résumée de façon schématique, elle consistait à introduire dans la théorie de Maxwell la fameuse force de Lorentz,

qui décrit le comportement d'une particule chargée dans un milieu où règne un champ électromagnétique, lui-même régi par les non moins fameuses équations de Maxwell. Or il y avait un hic, et de taille : contrairement à toutes les forces considérées jusqu'alors, les forces de Lorentz ne satisfaisaient pas au sacro-saint principe de l'action et de la réaction. Dès 1898, dans un cours professé à la Sorbonne [2], reformulé en 1900 dans un mémoire oublié aujourd'hui et intitulé *La théorie de Lorentz et le principe de l'action et de la réaction*, Poincaré démontre qu'un système de charges électriques isolées subit une force électromagnétique interne (!), et qu'en conséquence il voit son centre de gravité accéléré spontanément sans qu'aucune force externe ne soient appliquée. Hérésie totale... à moins d'attribuer au champ électromagnétique ambiant, provoqué par ces mêmes charges en mouvement relatif, une masse inertielle et une quantité de mouvement opposée à celle impartie au système mécanique. De la sorte, le système mécanique comprenant les charges et ce mystérieux fluide électromagnétique voit sa quantité de mouvement totale conservée, et le principe de l'inertie est sauvé. En résumé, la compatibilité des forces de Lorentz avec le principe de l'inertie nécessite qu'un champ électromagnétique charrie, là où il règne, de la masse. Conclusion fort étrange, et Poincaré, savant très prudent et peu enclin aux pétitions de principe, préférerait parler de fluide «fictif». Plus précisément, Poincaré établit que si l'élément de volume dt renferme l'énergie électromagnétique dE , alors la masse de fluide fictif est $dm = dE/c^2$. C'est l'équivalence énergie matière.

Pour appréhender plus concrètement ce résultat théorique, considérons un corps, initialement au repos, émettant une radiation électromagnétique plane, d'énergie E , dans une direction donnée par le vecteur unitaire \vec{n} (l'énergie électromagnétique est localisée le long du faisceau).



Si nous désignons par \vec{p} la quantité de mouvement du corps après émission, \vec{M} l'impulsion du train d'onde, la conservation de la quantité de mouvement du système {Corps + Radiation} s'écrit : $\vec{0} = \vec{p} + \vec{M}$. Pour une

onde électromagnétique plane, le champ magnétique \mathcal{B} est relié simplement au champ électrique \mathcal{E} par $\mathcal{E} = \mathcal{B}c$, et les formules de Poincaré permettent alors d'établir que la quantité de mouvement de la radiation s'exprime par : $\vec{M} = (E/c)\vec{n}$. En attribuant à la radiation une masse m_{eq} se mouvant à la vitesse c , on a $M = E/c = m_{eq}c$, soit $m_{eq} = E/c^2$. Ce qui constitue ni plus ni moins que la formule d'équivalence masse-énergie électromagnétique. Après émission, il en résulte que le corps acquiert la quantité de mouvement opposée et recule à la vitesse $v = E/cm$, m étant sa masse.

Citons la conclusion qu'en tire Poincaré : «L'énergie électromagnétique se comportant donc au point de vue qui nous occupe comme un fluide doué d'inertie, on doit conclure que si un appareil quelconque après avoir produit de l'énergie électromagnétique, l'envoie par rayonnement dans une certaine direction, cet appareil devra reculer comme recule un canon qui a lancé un projectile... Si l'appareil a une masse de 1 kg et s'il a envoyé dans une direction unique avec la vitesse de la lumière 3 millions de J, la vitesse due au recul est de 1 cm/s».

Dans son mémoire *Sur la dynamique de l'électron* [3], Poincaré démontre qu'aux faibles vitesses le lagrangien d'un électron prend la forme $L = m(c^2 - v^2/2)$. Comme le note J.-P. Auffray [4], si Poincaré s'était tant soit peu donné la peine d'analyser cette formule, il l'aurait retranscrite sous la forme : U (énergie potentielle) - K (énergie cinétique) = $m(c^2 - v^2/2)$ soit encore $U = mc^2$. Autrement dit, l'énergie totale de l'électron s'écrit : $E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$. Poincaré donne donc implicitement la formule de l'énergie au repos d'un électron sous la forme $E = mc^2$.

Hasenöhl (1904-1905)

Le physicien allemand Hasenöhl [5, 6] en 1904, 1905, démontre que l'énergie électromagnétique E emplissant une cavité est douée d'une masse $4/3 E/c^2$. D'après le livre de E. Cunningham, *The principles of Relativity* (1914), le calcul de Hasenöhl est légèrement erroné, et aurait dû donner E/c^2 s'il avait pris correctement en compte les propriétés de la cavité.

Einstein, 1905

Einstein publie coup sur coup durant l'année 1905 cinq articles dans la prestigieuse revue allemande *Annalen der Physik*. Dans le troisième il se propose de répondre à la question «L'inertie d'un corps dépend-elle de son contenu énergétique ?» [7]. Après examen il conclut : «Si un corps cède l'énergie E sous forme de radiation, sa masse diminue de E/c^2 , puis extrapole : «La masse d'un corps est une mesure de son contenu en énergie ; si son énergie varie de E , sa masse varie dans dans le même sens de E/c^2 ». Cependant on s'aperçoit aisément, à l'instar de H. Ives (1952) [8], que la démonstration d'Einstein

est incorrecte : elle constitue une tautologie. Nous préférons exposer dans la suite la démonstration de Ives, corrigeant celle d'Einstein. Une année plus tard, Einstein réplique [9] les considérations faites par Poincaré en 1900 à propos des forces de Lorentz (*et reconnaît au passage l'antériorité de Poincaré*). Il aboutit à une conclusion similaire, formulée de façon beaucoup plus radicale : «Si donc à chaque énergie E on attribue la masse inertielle E/c^2 , le principe de l'inertie est aussi valable - du moins en première approximation - pour des systèmes où ont lieu des processus électromagnétiques».

Démonstration thermodynamique de Planck, 1907 [10]

A l'orée de l'année 1907, $E = mc^2$ était établie pour l'inertie de l'énergie électromagnétique, mais aucune démonstration satisfaisante n'existait en ce qui concerne le contenu énergétique de la matière. Le patron de la physique théorique allemande, Max Planck, ne pouvait pas délaissier le problème soulevé par son poulain Einstein. Il s'y atelle dès 1906 sous l'angle thermodynamique. Armé du principe de moindre action de Helmholtz et du principe de relativité, il parvient à relier l'enthalpie d'une cavité renfermant des radiations électromagnétiques à la masse de cette cavité selon la formule $E = mc^2$. En page 29 de son article, Planck conclut : «Par toute absorption ou émission de chaleur la masse inerte du corps varie, et la variation de la masse est toujours égale à la quantité de chaleur divisée par le carré de la vitesse de la lumière dans le vide.» Et plus bas, en note, il met le doigt sur la tautologie d'Einstein : «Einstein a déjà tiré essentiellement la même conclusion par l'application du principe de relativité à un processus spécial de radiation, cependant en première approximation seulement, sur l'hypothèse que l'énergie totale d'un corps en mouvement est composé additivement de son énergie cinétique et de son énergie rapportée à son système propre.»

Poincaré (1900) + Einstein + Ives (1952) [11]

La conversion matière-énergie selon $E = mc^2$ peut être établie beaucoup plus simplement en postulant le principe de relativité et la conservation de la quantité de mouvement du système mécanique comprenant à la fois le corps et l'impulsion lumineuse qu'il émet ou reçoit. En 1946, Einstein propose une telle démonstration [12] approximative et rendue inutilement compliquée par la considération d'un phénomène d'aberration. Nous préférons exposer une démonstration analogue dans son principe, faite par le physicien américain H. Ives en 1952.

Soit un corps suspendu dans une boîte par un fil non conducteur. Soudain il émet deux impulsions d'énergie

$L/2$ dans deux directions opposées. Tout d'abord plaçons-nous dans un système de référence dans lequel la boîte se trouve au repos. D'après Poincaré, la quantité de mouvement du faisceau émis vers la droite est $L/2c$, celle du faisceau émis vers la gauche est $-L/2c$, et la conservation de la quantité de mouvement implique que le corps demeure au repos dans la boîte. Dans un second temps, prenons le point de vue d'un observateur se mouvant à la vitesse uniforme v , vers la gauche par rapport à la boîte. Dans le repère de l'observateur, la conservation de la quantité de mouvement avant/après émission s'exprime par :

$$\underbrace{\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du corps avant émission}} = \underbrace{\frac{m'v'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du corps après émission}} + \underbrace{\frac{L}{2c} \frac{1-v/c \cos(\pi)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du train droit}} + \underbrace{\frac{-L}{2c} \frac{1-v/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du train gauche}}$$

L'équation précédente s'appuie sur la transformation relativiste des énergies, donnée par Einstein en 1905 dans l'article fondateur de la relativité einsteinienne [13]. D'après le principe de relativité, le mouvement uniforme de la boîte ne peut pas affecter la position du corps dans celle-ci. Il y demeure au repos, donc $v' = v$, ce qui implique immédiatement que $(m - m') = L/c^2$. CQFD.

Conclusion

Indubitablement $E = mc^2$ était dans l'air du temps. C'est Poincaré qui en pose les fondements théoriques. Il met en évidence la quantité de mouvement d'une radiation électromagnétique ; tout se passe comme si chaque élément contenant l'énergie dE charriait localement la «masse fictive» dE/c^2 . En 1905, Einstein tente de démontrer qu'un corps radiant/absorbant l'énergie E perd/gagne la masse $m = E/c^2$, mais commet une tautologie. En 1907, Planck propose une démonstration thermodynamique/relativiste dans le cas d'une absorption ou émission de lumière. En fait il existe une dérivation élémentaire s'appuyant sur le moment de radiation de Poincaré et le principe de relativité, comme s'en aperceva Einstein en 1946, et de façon plus satisfaisante Ives en 1952. Tout comme $E = mc^2$ n'est pas la formule d'une seule personne, elle ne tire pas son origine de la seule théorie de la relativité : elle se trouve au confluent des principes de la mécanique, du principe de relativité et de la théorie électromagnétique.

La reconnaissance par Einstein de l'antériorité de Poincaré [9] vaut d'être citée : «J'ai montré dans un article publié l'an passé que le principe de relativité et de principe de [conservation de] l'énergie associés aux équations de l'électromagnétisme de Maxwell amènent à conclure que la masse d'un corps est modifiée lorsque son

contenu en énergie est modifié, quelle que soit la nature de cette modification d'énergie [...] *Bien que les considérations formelles élémentaires nécessaires à la justification de cette assertion soient déjà contenues, pour l'essentiel, dans un mémoire de Henri Poincaré, pour plus de clarté, je ne prendrai pas appui sur ce mémoire.*»

Il est étrange que la loi universelle $E = mc^2$ ait été attribuée à Einstein et non à Poincaré, malgré l'affirmation contraire d'Einstein lui-même.

Bibliographie

- 1 DE PRETTO O., Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo, *Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, 1904, t. LXIII, II, 439-500.
- 2 D'après Jean Paul Auffray.
- 3 POINCARÉ H., *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 1905, 140, 1504-1508.
- 4 AUFRAY J.-P., *Einstein et Poincaré*, Ed. Le Pommier-Fayard, 1999.
- 5 HASENÖHRL F., *Wien Sitzungen*, 1904, II A, 113, 1039.
- 6 HASENÖHRL F., *Annalen der Physik*, 1905, 16, 589.
- 7 EINSTEIN A., Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?, *Annalen der Physik*, 1905, vol. 18, 639, 905.
- 8 IVES H., Derivation of the mass energy relation, *J. Opt. Soc. Americ.*, 1952, 42, 8, 540-543.
- 9 EINSTEIN A., Das Prinzip von der Erhaltung der Schwärpuntsbewegung und die Trägheit der Energie, *Annalen der Physik*, 1906, vol. 20, 627-633.
- 10 PLANCK M., Zur Dynamik bewegter Systeme, *Annalen der Physik*, 1908, 4, 26, 1-34.
- 11 Voir référence 7.
- 12 EINSTEIN A., Une démonstration élémentaire de l'équivalence masse-énergie, *Technion Journal*, 1946, 5, 16-18.
- 13 EINSTEIN A., Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik*, 1905, 17, 891-921.

Christian Bizouard

Observatoire de Paris, Département Systèmes de références temps-espace, 61 avenue de l'Observatoire, 75014 Paris
christian.bizouard@obspm.fr

Henri Poincaré et la notion de temps

par Eric Emery

Professeur invité à l'École polytechnique fédérale de Lausanne, mathématicien et musicien

Introduction

Dans son livre *La Valeur de la Science de 1913* (1), Henri Poincaré consacre un chapitre entier à la notion de temps en ayant pour visée la mesure du temps. Il est clair qu'en abordant ce problème, il se situe au sein d'une lignée de penseurs et de savants qui ont médité sur ce thème : Platon, Aristote, saint Augustin, etc.

L'apport de Poincaré est à considérer dans le prolongement des travaux de Newton, de Kant, de Wundt et de Mach ; il est contemporain des contributions de Bergson, de Husserl et d'Enriques.

Plutôt que de voir comment toutes ces approches s'accordent ou s'opposent au sujet des recherches d'Einstein en théories de la relativité, il est sans doute plus enrichissant de prendre connaissance des thèses formulées par Bachelard et par Gonseth. Poincaré dégageait deux variantes temporelles, celle qui se manifeste dans le domaine conscientiel et celle qui se prête à la mesure : temps psychologique et temps physique. Chez Bachelard et chez Gonseth, ce sont six variantes que l'on met en évidence : trois sur le versant de la subjectivité et trois sur le versant de l'objectivité, ainsi que nous le montrerons. On peut vérifier l'idonéité de cette manière d'appréhender les dimensions temporelles en divers horizons : dans le langage quotidien, en recherche horlogère, en art musical, en théorie de l'apprentissage et même dans la vie quotidienne. C'est donc l'occasion de dire que le travail raffiné sur le concept *temps* permet à l'être humain de mieux se connaître en sa temporalité.

Comment développer ce sujet sans tomber dans le piège de la monotonie ? Nous concentrer sur la notion de temps dans un langage de haute technicité ? Non ! Les penseurs que nous citerons se sont toujours exprimés en fonction de leurs options philosophiques ; nous devons le mettre en clarté tout en étant bref.

Le temps en civilisation gréco-latine

Prenons d'abord Platon. Quand il écrit, dans le *Timée* (2), que le temps est une imitation mobile de l'éternité, il explicite sa thèse d'un monde sensible comme réplique d'un monde intelligible (imitation et éternité). Ce sont les astres errants au sein de l'univers qui ont pour mission de définir les mesures du temps. Platon ajoute : «C'est ainsi et pour ces motifs qu'ont été engendrés ceux des astres qui parcourent le Ciel et qui ont des phases. Je veux dire,

afin que le Monde fût aussi semblable que possible au Vivant parfait et intelligible et pour imiter la substance éternelle» (39 d-e, pp. 153 et 154).

Que dit Aristote ? Sous certains angles, sa théorie du temps ne paraît pas étrangère à l'esprit moderne ; mais elle reste antique : la forme aristotélicienne est en fait l'Idée considérée comme immanente aux choses et réalisée dans la matière ; les mondes sensible et intelligible sont associés l'un à l'autre. C'est dans son ouvrage *La Physique* (3) que la notion de temps est dégagée ; il l'examine en la mettant en rapport avec la notion de mouvement. Il écrit en particulier ceci : «Le temps n'existe pas sans le changement ; en effet, quand nous ne subissons pas de changements dans notre pensée, ou que nous ne les apercevons pas, il ne nous semble pas qu'il se soit passé du temps» (p. 149). Et une page plus loin, il donne cette définition : «Voici ce qu'est le temps : le nombre du mouvement selon l'antérieur-postérieur» (p. 150). On tient ici l'approche classique qui a été reprise par de nombreux penseurs.

On pourrait parler du concept *temps* en le situant au sein de la pensée chrétienne des premiers siècles. Tour-nons-nous plutôt vers saint Augustin, vers le Onzième livre des *Confessions* (4) si célèbre et souvent cité. C'est le temps de la conscience qui est évoqué là : «Je cherche, ô Père, je n'affirme pas» et il poursuit : «Qu'est-ce donc que le temps ? Quand personne ne me le demande, je le sais ; dès qu'il s'agit de l'exprimer, je ne le sais plus» (p. 308). Saint Augustin montre alors les apories liées au passé, au présent et au futur : le présent, par exemple, sitôt vécu devient passé. Toutefois, faut-il dire, nous ne mesurons le temps qu'au moment où il passe, lorsque nous le mesurons par la conscience que nous en avons... Tout le texte de cette Onzième Confession pourrait être cité ; bien des penseurs l'ont fait. Mais beaucoup omettent de restituer la conclusion de saint Augustin ; elle leur paraît peut-être anodine. Et pourtant, elle parle aux musiciens. Voici la totalité du propos : «Je veux chanter un morceau que je sais par coeur : avant de commencer, mon attente se tend vers l'ensemble du morceau ; dès que j'ai commencé, tout ce que j'en laisse tomber dans le passé vient tendre aussi ma mémoire. Toute mon activité est donc tendue vers deux directions : elle est mémoire par rapport à ce que j'ai dit ; elle est attente par rapport à ce que je vais dire. Et pourtant mon attention reste présente, elle par qui ce qui n'était pas encore passe à ce qui déjà n'est plus... Et ce qui se produit pour l'ensemble du morceau chanté, se produit pour chacune de ses parties, pour chacune de ses syllabes... ;

pareillement pour la vie entière de l'homme « (p. 324). Oui, pour le musicien, l'image donnée fait mouche.

Écoutons Caldara (5).

Peut-être devrions-nous prendre pour témoins certains penseurs du Moyen Âge : Avicenne, Maïmonide, saint Thomas..

Il en est de même des porte-parole de l'époque dite moderne : Descartes, Locke, Spinoza, Berkeley, Hume, Leibniz et Condillac. Je ne retiens, parmi ceux-ci, que l'approche proposée par Newton.

Newton : le temps vrai et le temps vulgaire

Dans ses *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* (6), on voit le physicien anglais opposer radicalement deux notions de temps : «Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément, et s'appelle la *durée*. Le temps relatif, apparent et vulgaire, est cette mesure sensible et externe d'une partie de durée quelconque (égale ou inégale) prise du mouvement : telles sont les mesures d'heures, de jours, de mois, etc... dont on se sert ordinairement à la place du temps vrai» (pp. 7 et 8). Ainsi sera fondé l'emploi que font les mathématiciens et les physiciens du paramètre t . Existe-t-il d'ailleurs un mouvement parfaitement uniforme qui puisse servir de mesure fiable du temps ? Personne ne peut l'affirmer, ni l'infirmer. On dira cependant - c'est Newton qui s'exprime : «Le temps absolu doit toujours couler de la même manière» (p. 10).

Kant, *La Critique de la raison pure* et le temps

L'intervention de Kant, eu égard à H. Poincaré, est primordiale. Le philosophe allemand, dans la préface de *La Critique de la raison pure* (7), explique son option philosophique : «On avait admis jusqu'ici que toutes nos connaissances devaient se régler sur les objets ; mais dans cette hypothèse, tous nos efforts pour établir à l'égard de ces objets quelque jugement a priori qui étendit notre connaissance, n'aboutissaient à rien. Que l'on cherche donc une fois si nous ne serions pas plus heureux dans les problèmes de la métaphysique, en supposant que les objets se règlent sur notre connaissance, ce qui s'accorde déjà mieux avec ce que nous désirons expliquer, c'est-à-dire avec la possibilité d'une connaissance a priori de ces objets qui établisse quelque chose à leur égard avant même qu'ils nous soient donnés. Il en est ici comme de l'idée que conçut Copernic...» (p. 21). Oui, Kant pense que sa réflexion philosophique et sa théorie de la connaissance témoignent d'une véritable révolution copernicienne.

C'est dans la deuxième section de *l'Esthétique transcendantale* que Kant met en lumière son approche de la

notion de temps ; il écrit : «Le temps n'est pas un concept empirique ou qui dérive de quelque expérience. En effet, la simultanéité et la succession ne tomberaient pas elles-mêmes sous notre perception, si la représentation du temps ne lui servait à priori de fondement.[...]. Le temps est une représentation nécessaire qui sert de fondement à toutes les intuitions. [...] Sur cette nécessité se fonde à priori la possibilité de principes apodictiques concernant les rapports du temps, ou d'axiomes du temps en général, comme ceux-ci : le temps n'a qu'une dimension ; des temps différents ne sont pas simultanés, mais successifs... Le temps n'est pas un concept discursif, ou, comme on dit, général, mais une forme pure de l'intuition sensible» (pp. 71 et 72). Cette manière de saisir le temps semble propre à se soumettre avec succès à l'épreuve des divers éléments de l'intuition au sein d'une expérience possible.

Il semble clair que l'apport kantien doit être pris au sérieux, même si l'on doit le rectifier aujourd'hui eu égard aux avancées scientifiques du vingtième siècle.

Nous pourrions ici passer en revue, à la suite de Kant, une véritable *galerie de portraits* en citant, Schopenhauer, Hegel, Guyau.

Le temps chez Wundt et chez Mach

Je pense que les recherches de Wundt sur le temps sont essentielles. On en prend connaissance dans son livre de 1874 *La Psychologie physiologique* (8). C'est la première fois, dans l'histoire, que ce concept est placé dans un contexte précisant. Le savant-penseur a mené pendant une dizaine d'années un grand nombre d'observations et d'études de tout genre, en particulier au sujet des *représentations* temporelles, toujours liées au jeu des sensations et imbriquées dans le système complet des représentations sensorielles diverses.

Ce sont les questions posées tant par l'origine et le développement de la notion de temps chez l'être humain que par la réalité et ses propriétés qui sont étudiées par Wundt. En fait, nous aurions tendance à dire qu'avec les travaux du savant allemand la notion de temps se spécifie dans l'horizon de la psychophysiologie, comme elle s'était spécifiée chez Newton dans l'horizon de la physique.

Qu'en est-il, selon Wundt, de l'origine et du développement de la notion de temps chez l'être humain ? On est condamné à ne pas pouvoir répondre si l'on ne discerne pas que les représentations auditives sont associées à l'éveil du temps, alors que les représentations visuelles contribuent à la perception de l'espace ; le tactile et le moteur concernent à la fois les deux concepts. Wundt focalise sa pensée en ces termes : «L'intuition du temps, à la vérité, est déjà ébauchée dans la représentation du mouvement, mais son développement supérieur est absolument lié au sens de l'ouïe» (p. 39).

Et maintenant que dire de la réalité et de la nature du temps ? Wundt, pour répondre, se penche avec soin sur

l'activité de la conscience et sur le cours des représentations dont celle-ci est le siège. Mais on demandera : comment définir la conscience ? Selon Wundt, elle consiste en ceci que nous trouvons en nous des états et des processus dont nous disons que nous en prenons conscience ; il n'est donc pas opportun de donner une définition explicite. Dans cette perspective, Wundt parvient à dégager diverses mesures concernant le temps : le temps de la réception simple, celui de la perception, celui de l'aperception, celui de l'acte volontaire, etc... Dès lors, Wundt précise en particulier ceci : «Dès que nous ne percevons pas simultanément les impressions et qu'à cette occasion nous les réunissons pour en former une complexion, nous remarquons toujours un temps intermédiaire plus court ou plus long qui semble correspondre à l'abaissement d'une représentation et à l'ascension de l'autre représentation. En cela, la nature psychologique de notre intuition de temps se révèle, en qualité, de nature *discrète*» (p. 296).

Il est un autre aspect de la représentation temporelle qui demande à être signalé, c'est celui que la conscience prête à la durée lors des évaluations qu'elle en donne : tendance à la surestimation des petits espaces de temps et à la sous-estimation des grands ; 0,72 s est la durée pour laquelle la justesse d'évaluation est la meilleure. Chose étonnante, c'est la durée que la jambe emploie quand les mouvements de la marche ne sont ni rapides, ni lents (*andante* en musique). Quant aux évaluations des larges tranches de l'existence, elles sont variées et manifestent des effets de perspective : « L'heure que nous venons de passer paraît plus longue qu'une heure du jour d'hier » (p. 323) En outre, le temps court vite pour qui se trouve en activité prégnante et lentement lorsque plane l'oisiveté ; la perspective s'inverse dans le souvenir.

Donnons maintenant la parole à Mach ; il entreprit la critique du temps vrai de Newton et donne une approche intéressante des *sensations* temporelles. Les deux ouvrages qu'il laisse à la postérité, sont : *La Mécanique* (9) et *L'Analyse des sensations* (10). On connaît les options positivistes de Mach ; il en témoigne dans son premier livre en ces termes : «On y trouvera un travail d'explication critique animé d'un esprit *anti-métaphysique*» (p. 1). Sa critique du temps vrai est des plus nettes. Newton, doit-on dire, est encore sous l'influence de la philosophie du Moyen Age ; il a oublié que tous les phénomènes du monde sont dans une dépendance réciproque et que l'être humain lui-même n'est qu'une parcelle de la nature. Conséquence ? Mach l'exprime ainsi : «Nous sommes dans l'impossibilité absolue de mesurer par le temps les variations des choses. Le temps est bien plutôt une abstraction à laquelle nous arrivons par ces variations mêmes» (p. 217). Ainsi la notion de mouvement uniforme en soi n'a aucune signification ; parler d'un temps absolu ou vrai est dépourvu de sens.

Est-ce à dire que Mach, sous le signe de ses options anti-métaphysiques, tend à réduire les faits physiologiques à des phénomènes physique ? Non ; il écrit : «Même les phénomènes qui sont en apparence purement mécani-

ques sont toujours en même temps physiologiques et par suite électriques, chimiques, etc.» (p. 478).

On comprend dès lors pourquoi le second ouvrage de Mach s'intitule *Analyse des sensations*. Ce sont en effet les sensations qui, selon lui, sont les véritables éléments du monde, c'est-à-dire que les objets, la matière, ne sont rien hors de leur relation avec ces éléments. Par suite, ce sont les sensations spatiales et temporelles qu'il convient d'étudier. Il ne fait aucun doute, en particulier, que les sensations du temps existent, quoiqu'il soit difficile de les cerner, plus que les sensations de l'espace ; elles sont en réalité en rapport strict avec l'état de conscience et le travail de l'attention ; elles sont étroitement liées aux processus périodiques et rythmiques.

Henri Poincaré et la mesure du temps

Venons-en à l'apport d'Henri Poincaré ; il aborde, lui aussi, le problème du temps ; mais il le fait en mathématicien et physicien, voire en philosophe ; ce qui retient son attention, c'est surtout la question de la mesure du temps. Cette visée est, peut-être, à situer par rapport à la thèse que défend Bergson : la qualité n'est pas réductible à la quantité.

Quelques mots donc sur la notion de temps chez Bergson. Dès son ouvrage intitulé : *Essai sur les données immédiates de la conscience* (11), qui date de 1889, l'auteur s'applique à montrer qu'il y a un fossé entre le quantitatif et le qualitatif ; il écrit par exemple : «Lorsque nous parlons de temps, nous pensons le plus souvent à un milieu homogène où nos faits de conscience s'alignent, se juxtaposent comme dans l'espace» (p. 78). Mais on a tort de céder ainsi à la pression de la spatialité. Dans un autre ouvrage *La pensée et le mouvant* (12), il écrit : «Écoutons une mélodie, en nous laissant bercer par elle ; n'avons-nous pas la perception nette d'un mouvement qui n'est pas attaché à un mobile, d'un changement sans rien qui change ? Ce changement se suffit, il est la chose même. Et il a beau prendre du temps, il est indivisible» (p. 164).

Écoutons le début de l'*Adagio ma non troppo* du Concerto de Mozart, KW 313 (13).

Continuité ? Là est la question qui fait problème. Attendons Bachelard pour en parler en détail ; notons ici que le musicien auditeur est actif ; il peut, certes se laisser bercer ; mais généralement il construit les formes musicales, il s'approprie l'oeuvre.

Cela noté, allons à Poincaré. C'est dans son livre *La Valeur de la science* (1), paru en 1913 qu'il traite du temps ; il est question des propriétés métriques du temps et des problèmes de fondement qui s'y rapportent.

Pour Poincaré, la préoccupation philosophique est primordiale : «La recherche de la vérité doit être le but de notre activité ; c'est la seule fin qui soit digne d'elle» (p. 19). En fait, en parlant de vérité, il associe à la fois vérité scientifique et vérité morale : «Toutes deux ne sont jamais fixées : quand on croit les avoir atteintes, on voit qu'il faut

marcher encore, et celui qui les poursuit est condamné à ne jamais connaître le repos» (p. 20). Elles sont l'objet d'une quête incessante, pour laquelle l'être humain dispose d'une intelligence faite de logique et d'intuition.

C'est ainsi que le savant-penseur cherche à déchiffrer les références spatio-temporelles de la nature et de la culture : «Ce n'est pas la nature qui nous les impose, précise Poincaré, c'est nous qui les imposons à la nature» (p. 21). Derrière cette affirmation, on voit que Poincaré choisit Kant comme repère philosophique. Il ajoute une touche : «C'est nous qui les imposons à la nature parce que nous les trouvons commodes» (p. 22). On voit poindre ainsi ce qu'on a appelé le conventionalisme.

Problème de la nature du temps ? Poincaré considère d'abord cette notion comme un phénomène de conscience et l'on pense au début de la Onzième Confession de Saint Augustin quand il écrit : «Tant que l'on ne sort pas du domaine de la conscience, la notion du temps est relativement claire» (p. 41). On est apte à distinguer la sensation présente des souvenirs passés et de la prévision des sensations futures : succession et simultanéité sont à l'horizon.

Poincaré poursuit en notant que nous avons à chercher la réalité. Qu'est-elle ? Il développe, en songeant éventuellement à Mach : «Les physiologistes nous apprennent que les organismes sont formés de cellules ; les chimistes ajoutent que les cellules elles-mêmes sont formées d'atomes. Cela veut-il dire que ces atomes ou que ces cellules constituent la réalité ou du moins la seule réalité ?» (p. 35). Poser la question, c'est ouvrir l'horizon et, en fait, refuser le positivisme. Poincaré défend en effet l'idée que l'analyse met, certes, à notre disposition un grand nombre de procédés ; elle nous offre mille chemins où l'on peut s'engager avec confiance. Mais, si l'on examine de près comment l'être humain mène son analyse, on constate qu'il y a une faculté qui est nécessaire à l'exploration, à savoir l'intuition. C'est elle qui donne une vue d'ensemble des problèmes à résoudre : «elle est nécessaire à celui qui veut réellement comprendre l'inventeur ; la logique peut-elle nous la donner ?» (p. 37). Logique et intuition ont l'une et l'autre leur rôle à jouer ; elles sont indispensables. Encore faut-il préciser que le mot *intuition* ne doit pas être pris au sens vulgaire du terme, mais au sens de Kant.

Revenons au temps ! Poincaré s'exprime en ces termes : «Nous classons nos souvenirs dans le temps, mais nous savons qu'il reste des cases vides. Comment cela se pourrait-il si le temps n'était une forme préexistante dans notre esprit» (p. 42). Encore Kant ! Poincaré poursuit en étendant l'idée d'une forme individuelle à une forme dont les autres consciences peuvent aussi témoigner ; et il ajoute : «Bien plus, nous voulons y faire rentrer les faits physiques, ces je ne sais quoi dont nous peuplons l'espace et que nulle conscience ne voit directement» (p. 42). En réalité Poincaré entrevoit deux difficultés pour introduire la mesure du temps : 1° Est-il possible de transformer un temps psychologique en un temps quantitatif ? 2° Sommes-nous capables de réduire à une même mesure des faits qui se passent dans des horizons différents ?

On surmonte la première difficulté en étant conscient que l'on n'a pas l'intuition directe de deux intervalles de temps ; on se servira toutefois du pendule en admettant que tous les battements de l'instrument sont d'égale durée ; ce n'est qu'une première approximation ; ainsi les meilleures horloges doivent être corrigées ; le jour sidéral sera l'unité constante de temps. Et nous dirons avec Poincaré : «Des causes à peu près identiques mettent à peu près le même temps pour produire à peu près les mêmes effets» (p. 45). Ou mieux encore : «Le temps doit être défini de telle façon que les équations de la mécanique soient aussi simples que possible» (p. 46). En d'autres termes, on choisit la mesure du temps en vue de satisfaire à des exigences de commodité.

Pour surmonter la seconde difficulté, Poincaré propose un itinéraire d'explications assez subtil, mais long. Soyons bref : l'astronome *admettra* que la lumière se propage à une vitesse constante dans toutes les directions. Et surtout : «On adopte pour la vitesse de la lumière une valeur telle que les lois astronomiques compatibles avec cette valeur soient aussi simples que possible» (p. 53). Dès lors, Poincaré fait le constat suivant : les physiciens sont amenés à ne point dissocier le problème qualitatif de la simultanéité du problème quantitatif de la mesure de temps ; s'ils pensent disposer d'une intuition directe de la simultanéité et de l'égalité de deux durées, ils s'illusionnent. En fait, on doit suppléer à l'aide d'un certain nombre de règles qu'on applique sans s'en rendre compte ; mais, pas de règle générale ! Au reste, voici la conclusion exprimée par Poincaré : «La simultanéité de deux événements, ou l'ordre de leur succession, l'égalité de deux durées, doivent être définies de telle sorte que l'énoncé des lois naturelles soit aussi simple que possible» (p. 54).

Faut-il attribuer au savant-penseur français un scepticisme désespéré, voire un conventionalisme radical ? Il s'en défend. Voici ce qu'il écrit au terme d'un chapitre de son livre qu'il consacre à la physique mathématique et à ses problèmes : «Voilà bien des raisons d'être sceptiques ; devons-nous pousser le scepticisme jusqu'au bout ou nous arrêter en chemin ?» (p. 151). Poincaré répond en rejetant l'outrance et il refuse d'affirmer que la science n'est faite que de conventions. Certains chercheurs, dit-il, sont allés jusqu'à prétendre que la loi et le fait scientifiques sont créés de toute pièce par les savants : «C'est là aller beaucoup trop loin dans la voie du nominalisme. Non, les lois scientifiques ne sont pas des créations artificielles» (p. 23)

Enriques : essai de conciliation entre Mach et Poincaré

Le point de vue du philosophe italien Enriques sur le problème du temps s'affirme comme une tentative de conciliation entre Mach et Poincaré. Consultons le livre *Les Concepts fondamentaux de la science* (14), qui met en lumière la signification réelle et l'acquisition psycho-

logique des concepts d'espace, de temps, de mouvement, de force, etc.

Dans la préface de l'ouvrage, Enriques dit qu'il offre son étude comme une contribution à l'édification de la théorie de la connaissance scientifique ; il a parcouru, explique-t-il, des domaines étendus en s'efforçant de discerner partout la fonction spécifique de l'esprit qui crée la science : «parfois, ce sont des données de la physiologie des sciences qui suffisent à rendre compte de certaines tendances opposées du mouvement scientifique ; ailleurs, les lois générales de l'association des idées donnent lieu à un développement univoque de certains concepts plus fondamentaux» (p. 4). Ainsi, la poussée de l'expérience et la nature même de l'esprit humain peuvent ensemble expliquer, dans les grandes lignes, le devenir de la science. La pensée d'Enriques se précise au fil des premières pages du livre et l'on voit qu'il conteste aussi bien la doctrine kantienne de l'à priori que le conventionalisme de Poincaré ; c'est l'étude de la genèse historique de la connaissance qui vient à l'avant-scène.

Dans le livre deuxième, Enriques examine de front le problème du temps et de sa mesure ; il montre que les concepts premiers de la mécanique sont ordonnés aux principes de la géométrie. Mais en fait : qu'est-ce que le temps ? Le penseur italien entre en matière en écrivant ceci : «Quand deux sensations ou deux groupes de sensations sont donnés, nous apercevons que l'une est *antérieure* et l'autre *postérieure* ou toutes les deux *simultanées*» (p. 87). On constate ici que Mach est à l'horizon. Sur cette base intuitive, il est déjà possible de tirer l'idée de la succession ; de plus, la possibilité est offerte à l'esprit humain d'attribuer au phénomène temporel une structure d'ordre qui est condition sine qua non des appréciations quantitatives.

Faisons un pas de plus, en allant vers le concret ; le temps physique prend son assise à partir des séries phénoménales et des échelles temporelles suggérées par le jeu des sensations. Enriques précise : «Le temps abstrait, que nous considérons comme *temps physique*, suppose une échelle unique, où tous les phénomènes possibles trouvent place, à la différence du temps physiologique qui postule l'échelle des phénomènes perçus» (p. 88). On constate dès lors que le temps physique se porte garant d'un double accord, celui des représentations temporelles relatives à divers observateurs ainsi que celui des représentations temporelles relatives à des lieux différents. Le programme ainsi tracé traduit très exactement l'effort de synthèse qu'Enriques propose pour passer du point de vue physiologique de Mach au point de vue logique de Poincaré.

Les variantes temporelles chez Bachelard et chez Gonseth

Si nous disposions d'une durée de conférence de 75 minutes, nous traiterions les problèmes des variantes tem-

porelles en ouvrant deux chapitres : Bachelard d'abord, puis Gonseth. Mais comme leurs thèses sont voisines, on peut les évoquer ensemble. Les deux philosophes situent leurs études au sein de contextes précisants différents ; en métaphysique, en physique, en psychologie et en art musical dans l'ouvrage *La Dialectique de la durée* (15) de Bachelard qui date de 1936 ; dans le langage quotidien et en recherche horlogère dans le livre *Le Problème du temps* (16) de Gonseth paru en 1964.

Henri Poincaré, nous l'avons montré tout à l'heure, a travaillé autour de deux notions : le temps psychologique et le temps physique. Aussi bien Bachelard que Gonseth mènent la réflexion en faisant valoir six variantes ; du côté de la subjectivité : le temps que l'on vit ou le temps existentiel, le temps que l'on ressent ou le temps conscientiel et le temps que l'on construit et structure ou le temps idéal. Du côté de l'objectivité : le temps chronos, le temps relationnel et le temps de la montre.

Dans *La Dialectique de la durée*, Bachelard parle constamment des trois variantes subjectives ; elles apparaissent en toile de fond en physique, plus nettement en psychologie et carrément en art musical.

Dans ce dernier domaine, il souligne le fait que la durée, en musique, est structurée sur des rythmes et non sur une base temporelle régulière ; une mélodie, la phrase mozartienne par exemple, témoigne de divers systèmes d'instantanés décisifs ; les autres instants se manifestent comme par grâce. Certes, l'auditeur peut décider en situation donnée de se laisser bercer, comme le dit Bergson, mais en général il s'approprie la forme musicale en la construisant comme une oeuvre qu'il veut faire sienne. Là, c'est la continuité qui prédomine ; ici c'est la fête du discontinu ; souvent, il y a dialectique du continu et du discontinu :

Écoutons notamment le début l'*Andante* du Concerto n° 4 pour piano et orchestre de Beethoven (17).

Après avoir écouté attentivement cette séquence du Concerto, il y a lieu de citer Bachelard : «Sur le plan musical, il nous faut montrer que ce qui fait la continuité, c'est toujours une dialectique obscure qui appelle des sentiments à propos d'impressions, des souvenirs à propos de sensations. Autrement dit, il faut prouver que le continu de la mélodie, que le continu de la poésie, sont des reconstructions sentimentales qui s'agglomèrent par delà la sensation réelle, grâce au flou et à la torpeur de l'émotion, grâce au mélange confus des souvenirs et des espérances» (p. 113). On voit ainsi l'oeuvre complexe que réalise un entrelacs de temps vécu, de temps ressenti et de temps structuré. Bachelard précise qu'il suffit d'une inattention à la mélodie pour que son flux s'arrête : les notes successives ne *chantent* plus, elles restent insérées dans la discontinuité qualitative et quantitative où elles sont élaborées ; on *apprend* la continuité, on ne l'*entend* pas. Plus loin, Bachelard dit encore : «La continuité se fait à la faveur du groupement. Et c'est ainsi que la poésie, ou plus généralement la mélodie, *dure* parce qu'elle *repréend*» (p. 115). En fait, le temps pensé accom-

pagne le temps vécu associé au temps ressenti en vue de donner un sens au message poétique ou musical.

Bachelard, parvenu à ce point de son étude, n'oublie pas de faire entrer dans son approche de l'art musical ce que l'on doit aux variantes dites objectives. Il fait mention des travaux de Maurice Emmanuel (de Bar-sur-Aube, comme lui), qui dénie le caractère primordial des techniques mensuralistes où l'esprit du métronome tue la musique. Bachelard a cette phrase qui dit tout à ce propos : «Le métronome, c'est le compte-fil, ce n'est pas le métier à tisser» (p. 117).

Ah ! La tyrannie de la barre de mesure à laquelle certains choeurs et leurs chefs se soumettent pour ne pas dérapier. Le vrai dérapage est, en fait, à la porte : finies les injonctions nuancées des rythmes, finis les méandres imprévus de la forme mélodique, finie la musique elle-même.

Mais alors à quoi sert le chef d'orchestre ? Pourquoi doit-il agir ? Face à cette dialectique de régularité et de la liberté, il suscite et anime la pulsation : «Dès l'instant, note Bachelard, où l'on refuse la référence à une durée absolue, il est nécessaire d'accepter franchement l'appui réciproque des rythmes. [...] En fait, les divers instruments de l'orchestre se soutiennent et s'entraînent les uns les autres. Le rôle du chef est de rendre plus conscient l'effort de corrélation des instrumentistes» (pp. 122 et 123). C'est au temps relationnel que Bachelard pense lorsqu'il parle de cet effort de corrélation des membres de l'orchestre.

Ainsi, face à Bergson qui désigne la mélodie comme métaphore de la durée, Bachelard en appelle à la pulsation, aux rythmes musicaux. Et l'on voit ainsi que, pour atteindre la vérité du discours musical, le musicien mène un jeu dialectique très diversifié des variantes temporelles dont on vient de parler.

Et maintenant, terminons l'exposé en consacrant quelques alinéas aux variantes temporelles chez Gonseth. A-t-il eu connaissance du livre de Bachelard sur la dialectique de la durée ? Dans son livre intitulé *Le Problème du temps*, il ne cite pas son ami. Mais, comme les deux philosophes ont si souvent travaillé dans le même esprit - même quand ils ne se connaissaient pas encore - il ne faut pas s'étonner qu'ils aient, l'un et l'autre, dégagé l'idée que les dimensions temporelles sont trop subtiles pour qu'on puisse parler d'un temps ou même de deux en donnant une définition bien explicitée : les variantes temporelles retentissent les unes sur les autres, elles s'opposent et s'accordent tour à tour.

La démarche de Gonseth concernant la notion de temps est originale. Son livre comporte deux parties : plus de 140 pages consacrées à cette étude dans le contexte de la langue de grande communication, puis plus de 230 pages orientées vers l'approche spécifique de la mesure du temps, c'est-à-dire vers la recherche horlogère. On retrouve là certaines questions abordées par H. Poincaré.

Ce qui retient notre attention, c'est la manière dont Gonseth engage son étude en se situant dans le domaine

du langage quotidien ; ce qu'il montre concerne tout homme parlant la langue française ou les langues indo-européennes. Voici quelques phrases que l'on prononce dans la vie courante : *je n'ai pas le temps, le temps me dure, je songe au temps passé avec toi ou je songe au temps que je passerai avec toi, le temps guérit, le temps dont je m'approprie pour l'accorder avec celui de mon ami, le temps que met tel athlète pour parcourir un cent mètres ou le temps que donne l'horloge du village*. Dans l'ordre des phrases prononcées ici, on dégage les temps spécifiques suivants : temps existentiel, temps conscientiel, temps idéal, temps chronos, temps relationnel, temps mesuré ou temps intégré (temps de la montre). Tout cela est présenté par Gonseth avec beaucoup de nuances et de nombreux commentaires. Mais son intention n'est pas de broser une galerie de portraits, il veut illustrer le fait que le concept est à saisir, dans le langage quotidien, comme le résultat d'une synthèse dialectique ou comme une tentative de l'insérer dans le discours considéré comme milieu synthétique.

Voici en effet d'autres phrases : *hâtons-nous, car le temps fuit ; j'ai revécu par la pensée ces interminables minutes d'attente ; les heures m'ont paru brèves*. Gonseth commente : «Ce que nous cherchons à faire comprendre, c'est que l'activité discursive qui constitue les sens globaux a tous les caractères d'une synthèse dialectique au niveau du discursif. Lorsqu'on dit que *le temps nous est mesuré*, l'analyse pourrait retrouver sous le mot *temps* plusieurs acceptions. [...] Le discours renonce ici à opérer des distinctions. Il confond les sens pour les identifier sous le même mot» (p. 82). La synthèse dialectique que suscite l'emploi du mot *temps*, inséré dans le discours courant, suppose des opérations variées : elle oppose des significations, les identifie, les projette les unes sur les autres.

Dans les pages qui suivent, Gonseth examine de près comment le temps est à saisir au niveau de l'adverbe et du verbe.

Laissons maintenant l'approche assez technique du langage courant ; faisons plutôt un constat de synthèse en citant Gonseth : «Nous avons recherché de quelles significations le mot *temps* peut être revêtu dans une langue telle que le français couramment écrit ou parlé. Une recherche de ce genre ne devait-elle pas fatalement rencontrer et dégager une notion générale de temps que ce mot aurait à lui seul le pouvoir d'évoquer ? On aurait pu s'y attendre : certaines philosophies du langage le suggèrent. [...] Notre analyse n'a cependant pas répondu à cette attente et n'a pas rencontré de substance discursive correspondant à une notion générale de cette nature. Ce qu'elle a découvert, ce que le langage a offert à sa recherche, c'est tout un éventail d'emplois du mot *temps* et tout un spectre de significations correspondantes» (p. 135).

Une remarque au sujet de la seconde partie du livre de Gonseth : au sein de la recherche horlogère, les variantes suivantes sont sollicitées : le temps mathématique, le temps mesuré et le temps intuitif. Cette dernière variante,

qui pourrait paraître inattendue, mérite d'être présentée ; Gonthier en parle ainsi : «C'est le résultat d'un arbitrage dont la conscience semble être le siège entre l'autorité du sentiment, la liberté de l'imagination et l'objectivité de la perception aux fins d'une action efficace» (p. 265). Pour mieux se faire comprendre Gonthier parle - en plus de dix pages - du temps des abeilles, de leurs danses, de leurs horloges internes. A défaut de connaître les rudiments de la chronobiologie, il s'exprime ainsi : «On dira que le temps intuitif n'est pas simplement un temps inscrit dans les différents rythmes dont notre organisme est le siège : dans le rythme normal du coeur, dans le rythme des pulsations électriques du cerveau, dans le rythme de la respiration, etc. Pour que ces rythmes restent synchronisés et pour qu'on puisse parler de leur fréquence normale, il faut bien que tout notre corps, pris comme un tout, soit plus ou moins comparable à une horloge construite dans le but exprès de réaliser un rythme régulier. Mais le temps intuitif n'est pas le temps sourdement et profondément vécu par notre organisme, même si nous n'y prêtons aucune attention. *C'est un temps auquel notre conscience est ouverte*» (p. 280).

Autorité du sentiment (temps conscientiel), liberté de l'imagination (temps idéal) et objectivité de la perception (temps existentiel) ! Voilà trois ingrédients qui évoquent une certaine complétude de l'humaine condition ; il me semble que J.-S. Bach, par son *Air* admirable de la Suite n° 3 en ré majeur, BWV 1063, exprime musicalement cette dialectique des trois variantes subjectives. Vous connaissez certainement tous cette pièce, à juste titre très célèbre ; vous pouvez vous la chanter intérieurement en guise de conclusion et avec une volonté d'ouvrir l'horizon.

Références bibliographiques

- 1 POINCARÉ H., *La Valeur de la science*, Flammarion, Paris, 1913 et 1970.
- 2 PLATON, *Le Timée*, in *Oeuvres complètes*, t. II, Bibl. de la Pléiade, Paris, 1950.
- 3 ARISTOTE, *La Physique*, t. I et II, Les Belles Lettres, Paris, 1926.
- 4 AUGUSTIN (SAINT), *Les Confessions*, Livres IX - XIII, t. II ; Les Belles Lettres, Paris, 1926.
- 5 CALDARA A., *Come raggio di sol*.
- 6 NEWTON, *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, t. I et II, Lambert, Paris, 1759.
- 7 KANT, *La Critique de la raison pure*, t. I et II, Gibert, Paris.
- 8 WUNDT, *La Psychologie physiologique*, t. I et II, Alcan, Paris, 1886.
- 9 MACH, *La Mécanique*, Hermann, Paris, 1904.
- 10 MACH, *L'Analyse des sensations*, Fricker, Jena, 1906.
- 11 BERGSON, *Essai sur les données immédiates de la conscience*, PUF, Paris, 1945.
- 12 BERGSON, *La Pensée et le mouvant*, PUF, Paris, 1950.
- 13 MOZART, *Adagio ma non troppo* du Concerto pour flûte, KW 313.
- 14 ENRIQUES, *Les Concepts fondamentaux de la science*, Flammarion, Paris, 1913. (L'original paru en italien *Problemi della Scienza* date de 1906 ; la première partie de cet ouvrage a été éditée sous le titre *Les Problèmes de la science et de la logique*.)
- 15 BACHELARD, *La Dialectique de la durée*, PUF, Paris, 1963.
- 16 GONTHIER, *Le Problème du temps*, Le Griffon, Neuchâtel, 1964.
- 17 BEETHOVEN, *Andante* du Concerto n° 4 pour piano.

Eric Emery

Le Genevrey, Route du Signal, 1603 Grandvaux, Suisse

Henri Poincaré et la Relativité

par **Christian Marchal**

Direction scientifique générale, Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA)

Résumé :

Première partie : La naissance de la Relativité

Les équations électromagnétiques de Maxwell et les vieilles notions newtoniennes de temps absolu et d'espace absolu étaient contradictoires avec l'impossibilité de la détection du mouvement absolu de la Terre.

Cette situation conduisit Henri Poincaré à considérer que le temps absolu, l'espace absolu et «l'éther» correspondant sont artificiels et n'existent pas réellement. Les modifications des systèmes de références inertiels ne suivent pas les règles de Galilée mais celles de la transformation de Lorentz, lesquelles peuvent être déduites du principe de relativité de Poincaré de 1904.

Malheureusement la santé de Poincaré était mauvaise ; il devint cancéreux en 1909 et mourut en 1912. Il est heureux que son travail de pionnier ait été poursuivi par Einstein qui popularisa la Relativité.

Pour quelles raisons Poincaré est-il si ignoré et Einstein si célèbre? Essentiellement à cause des divisions et des oppositions de la société française. Les physiciens refusaient d'admettre que Poincaré, ce prodigieux mathématicien, était aussi l'un d'entre eux... et sa parenté avec son cousin germain Raymond Poincaré, homme politique de premier plan, n'était pas faite pour calmer les esprits.

Deuxième partie : l'occultation délibérée du travail de Poincaré

Les scientifiques sont des êtres humains avec leurs qualités et leurs défauts ; la jalousie, l'orgueil, la vanité, la passion nationaliste ne leur sont pas étrangers. Un exemple récent est donné par la controverse Montagnier-Gallo dans les années 1983-1992 à propos de la découverte du virus du sida.

A l'aube du XX^e siècle les scientifiques de Göttingen considéraient leur université - où enseignèrent Gauss, Riemann, Lejeune-Dirichlet - comme le pôle mondial des mathématiques et l'un des leaders incontestés de la recherche scientifique, en particulier en physique. Et voilà qu'en juin 1905 le travail de Poincaré leur prouve qu'ils se sont fourvoyés dans une impasse ! Situation d'autant plus humiliante qu'en ce même mois la tension franco-allemande est extrême et l'Europe est au bord de la guerre...

Il faut réagir: David Hilbert, qui jalousait Poincaré au-delà de toute raison, conçoit une machination pour donner à l'Allemagne les fruits des travaux relativistes de ce Français. Mais les risques sont grands, faisons-les courir par un petit jeune qui a peu à perdre et beaucoup à gagner...

Avant-propos

Ce document est en deux parties.

Dans la première partie est exposé l'état de nos recherches aux environs de l'an 2000. La thèse officielle et triomphaliste - Einstein a tout trouvé tout seul - nous paraissait invraisemblable et les raisons de cette invraisemblance sont exposées ici. Cependant nous n'étions pas à l'aise avec l'idée qu'Einstein ait pu avoir plagié les travaux de Poincaré dans les quelques semaines dont il disposait, alors qu'il n'avait jamais publié quoi que ce soit dans ce domaine auparavant.

Dans la seconde partie sont présentés les deux éléments majeurs découverts par Jules Leveugle et qui nous ont conduit à une troisième possibilité, surprenante au

premier abord, mais en définitive infiniment plus assurée et qui rend compte de tous les éléments de notre enquête.

Première partie : la naissance de la Relativité

La théorie de la Relativité est le résultat d'une très longue maturation des connaissances et des idées de l'humanité confrontée aux propriétés de la matière, de l'énergie, de l'espace et du temps.

Commençons avec l'état de cette confrontation dans la seconde moitié du XIX^e siècle.

Les cinq principaux éléments sont alors les suivants.

La relativité galiléenne

Pendant des siècles on a cru que la force était proportionnelle à la vitesse : vous poussez sur un objet et il se déplace, vous cessez de pousser et il s'arrête. Il faut des observations difficiles et une réflexion poussée sur les frottements pour comprendre qu'en l'absence de force, le mouvement reste rectiligne et uniforme (Galilée, Descartes) et que la force est proportionnelle à l'accélération (Newton).

Le motif réel de Galilée était la compréhension du mouvement orbital de la Terre : celle-ci ne perd pas son atmosphère et ses océans le long de son orbite ! Galilée avait besoin de ce que nous appelons aujourd'hui la relativité galiléenne : «Une expérience de mécanique donne les mêmes résultats dans un laboratoire fixe et dans un laboratoire en mouvement rectiligne et uniforme», soit en termes pratiques : vous pouvez boire votre café comme d'habitude aussi longtemps que votre avion vole d'un mouvement rectiligne et uniforme sans être secoué par le vent...

Pour ce principe et quelques autres réflexions philosophiques fondamentales, Galilée est considéré par les scientifiques comme l'un des pères fondateurs de la science moderne tandis que le public le connaît surtout à cause de son procès de 1633. Notez cependant l'ironie et la chance historique : c'est parce qu'il était condamné à la résidence surveillée dans sa maison de campagne à Arcetri près de Florence, qu'il a trouvé le temps nécessaire à la réflexion philosophique. Sinon il serait probablement resté le professeur très occupé et le polémiste ardent et parfois injuste qu'il avait été toute sa vie.

Le mouvement de la Terre

Copernic et Galilée n'avaient pas de preuves physiques du mouvement de la Terre et c'est pourquoi Copernic présentait son travail comme une hypothèse tandis que Galilée était plus affirmatif. Fort heureusement, au milieu du XIX^e siècle, ce mouvement était fermement établi sur ses trois preuves classiques : l'aberration des étoiles (Bradley, 1727), la parallaxe des étoiles (Bessel, 1840) et le pendule de Foucault (1851).

Le temps absolu ou «newtonien»

«*Tempus absolutum verum et mathematicum...*»

«Le temps absolu, vrai et mathématique», par sa nature même indépendant de toutes les autres grandeurs, coule uniformément et sera désigné par le mot *durée*.

«Le temps relatif, apparent et vulgaire, est la mesure, plus ou moins précise, subjective et tout extérieure, de la durée par les mouvements des astres, dont on se sert habituellement au lieu du vrai temps, comme l'heure, le jour, le mois, l'année». (Newton, *Philosophia Naturalis Principia Mathematica*, 2^e édition, Cambridge, 1713).

A l'époque de Newton, et même deux siècles plus tard, aucune horloge n'était capable de révéler les petites diffé-

rences liées aux effets relativistes. Il était donc très naturel de supposer l'existence du «temps absolu», ce paramètre essentiel de tant de lois physiques, et la définition newtonienne apparaissait alors essentiellement comme un avertissement : «Attention, la rotation de la Terre n'est peut-être pas tout à fait régulière».

L'espace euclidien absolu et la notion de force

La loi de l'inertie : *accélération = force / masse* est valable seulement dans les référentiels «galiléens» ou «inertiels» qui ne tournent pas et dont les mouvements relatifs sont rectilignes et uniformes.

Dans la seconde moitié du XIX^e siècle les géométries non-euclidiennes de Lobatchevsky, Bolyai et Riemann étaient considérées comme des curiosités mathématiques sans grand intérêt et chacun considérait l'espace physique comme euclidien.

Le fantastique succès de la théorie newtonienne de l'attraction universelle confortait toutes ces notions. Cette théorie ne conduisait-elle pas à une description remarquablement précise des mouvements planétaires et n'avait-elle pas permis la découverte de Neptune (1846) après les longs calculs de Le Verrier et d'Adams ?

En 1850, toutes les lois de la mécanique étaient en accord avec la relativité galiléenne, elles étaient conservées par les transformations ordinaires de référentiels galiléens, par exemple par l'expression classique :

$$\begin{aligned}x_1 &= x - Vt && \text{vitesse } V \text{ constante du second référentiel} \\ &&& \text{par rapport au premier.} \\ y_1 &= y && ; z_1 = z && ; t_1 = t : \text{ temps absolu.} \end{aligned} \quad (1)$$

Les équations de l'électromagnétisme (Maxwell 1864)

Les équations de Maxwell représentent un progrès majeur de la connaissance de la matière, sans doute un progrès aussi important que celui de la loi de l'attraction universelle. Elles sont cependant la source des difficultés : elles ne sont pas conservées dans les transformations galiléennes des référentiels.

Considérons leur expression la plus simple dans le vide. Le vecteur champ électrique \mathbf{E} et le vecteur induction magnétique \mathbf{B} sont liés par les quatre équations suivantes :

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{E} &= 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \mu_0 \varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t\end{aligned} \quad (2)$$

avec :

$$\begin{aligned}\mu_0 &= \text{perméabilité magnétique du vide} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Henry} \\ &\text{par mètre ;} \\ \varepsilon_0 &= \text{permittivité du vide} = 8,854 \ 187 \ 82 \ 10^{-12} \text{ Farad} \\ &\text{par mètre.}\end{aligned}$$

Les solutions les plus simples sont les ondes planes, par exemple celles se propageant dans la direction de Ox :

- (3) | $u = x - ct$; avec $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2} = 299\,792\,458$ m/s
 | $\mathbf{E} = [0, cf(u), cg(u)]$; $\mathbf{B} = [0, -g(u), f(u)]$
 | $f(u)$ et $g(u)$ sont des fonctions continûment dérivables arbitraires.

Donc, dans le système de référence Oxyzt approprié dans lequel les équations (2) de Maxwell sont valables, les ondes planes se déplacent avec la vitesse c , la vitesse des ondes électromagnétiques. Cette vitesse fut aussi reconnue comme la vitesse de la lumière après les expériences de Hertz sur les similitudes entre lumière et électromagnétisme.

Malheureusement la transformation galiléenne (1) ne conserve pas la vitesse c , nous devons donc choisir entre les deux possibilités suivantes :

- ou bien les équations de Maxwell sont rigoureuses par rapport à un référentiel particulier Oxyzt et seulement approchées dans les référentiels en mouvement lent (comme ceux de nos laboratoires terrestres) ;
- ou bien les équations de Maxwell sont rigoureuses pour tous les systèmes de références inertiels et la relativité peut être étendue de la mécanique à l'électricité et à l'optique. Mais il y a un prix à payer : les notions de temps et d'espace absolus doivent être abandonnées car elles sont contradictoires avec l'invariance de la vitesse de la lumière.

Le temps absolu newtonien semblait si évident que la première hypothèse fut immédiatement adoptée. Le référentiel hypothétique Oxyzt prit une consistance concrète avec l'invention de l'«*éther*», milieu très léger et très subtil, censé jouer pour la lumière et l'électromagnétisme le rôle de l'air pour le son.

L'étape suivante était évidemment la recherche des propriétés de l'éther et la détermination du mouvement «absolu» de la Terre, c'est à dire de son mouvement par rapport à l'éther, par des expériences appropriées d'optique ou d'électromagnétisme.

L'expérience de Fizeau (mesure de la vitesse de la lumière dans un courant d'eau, 1851) et celle d'Airy (mesure de l'angle d'aberration dans un télescope plein d'eau, 1871) semblaient montrer un «entraînement partiel de l'éther» par les milieux transparents.

En utilisant toutes sortes d'idées et d'équipements, un grand nombre d'expérimentateurs (Trouton et Noble, Lodge, Kennedy et Thorndyke, etc.) essayèrent d'étudier les propriétés de l'éther et de déterminer le mouvement absolu de la Terre, mais sans succès.

Les expérimentateurs les plus célèbres sont Michelson et Morley. Leur expérience (1887) fut incapable de détecter une anisotropie de la vitesse de la lumière en dépit d'une précision dix fois surabondante.

Il est heureux que le mouvement de la Terre ait été fermement établi dans l'esprit des scientifiques de ce siècle. Deux siècles auparavant l'explication la plus simple aurait été : la Terre ne bouge pas...

Pendant que ces expériences étaient faites, les théoriciens obtenaient un certain nombre de résultats intéressants.

Lorentz et Fitzgerald notèrent qu'une contraction appropriée par le «vent d'éther» peut expliquer l'isotropie apparente de l'expérience de Michelson et Morley.

En 1887, Voigt obtint une transformation de coordonnées conservant les ondes planes et les ondes sphériques de Maxwell.

En 1895, Lorentz nota que le premier ordre de la transformation de Voigt conserve le premier ordre des équations de Maxwell.

Larmor donna le deuxième ordre un peu plus tard.

Dans son grand mémorandum de mai 1904 [1], Lorentz donna une extension de la transformation de Voigt préservant les équations de Maxwell dans le vide.

Les plus grands progrès sont dus au mathématicien, physicien et philosophe Henri Poincaré, qui était un ami de Lorentz. Ils échangèrent de nombreuses lettres scientifiques à partir de 1895 et améliorèrent pas à pas leurs analyses.

Les progrès successifs dus à Poincaré sont les suivants :

1. Dans le livre *La science et l'hypothèse* (1902), pp. 111, 245 et 246 [2] :

Il n'y a pas d'espace absolu et nous ne concevons que des mouvements relatifs.

Il n'y a pas de temps absolu ; dire que deux durées sont égales, c'est une assertion qui n'a par elle-même aucun sens et qui n'en peut acquérir un que par convention. Non seulement nous n'avons pas l'intuition directe de l'égalité de deux durées, mais nous n'avons même pas celle de la simultanéité de deux événements se produisant sur des théâtres différents.

Peu nous importe que l'éther existe réellement, c'est l'affaire des métaphysiciens... un jour viendra sans doute où l'éther sera rejeté comme inutile... Ces hypothèses ne jouent qu'un rôle secondaire. On pourrait les sacrifier ; on ne le fait pas d'ordinaire parce que l'exposition y perdrait en clarté, **mais cette raison est la seule.**

Au cours du XX^e siècle, de nombreux physiciens reprocheront à Henri Poincaré de n'avoir pas condamné plus explicitement et plus définitivement la notion d'éther. Mais cela n'était pas si évident et Einstein lui-même dira encore bien plus tard, en 1920, dans la conclusion de sa conférence de Leyde : «En résumant, nous pouvons dire : d'après la théorie de la relativité générale, l'espace est doué de propriétés physiques ; dans ce sens par conséquent un éther existe. Selon la théorie de la relativité générale, un espace sans éther est inconcevable, car non seulement la propagation de la lumière y serait impossible, mais il n'y aurait aucune possibilité d'existence pour les règles et les horloges, et par conséquent aussi pour les distances spatio-temporelles dans le sens de la physique. Cet éther ne doit cependant pas être conçu comme étant doué de la propriété qui caractérise le mieux les milieux pondérables, c'est à dire comme constitué de parties pouvant être suivies dans le temps : la notion de mouvement ne doit pas lui être appliquée» [19].

2. Le congrès scientifique mondial de Saint Louis (Missouri, septembre 1904).

Henri Poincaré est invité à présenter une conférence générale sur «L'état actuel et l'avenir de la Physique mathématique» [11]. Il ajoute audacieusement le «principe de relativité» aux cinq principes classiques de la physique :

«Le principe de relativité, d'après lequel les lois des phénomènes physiques doivent être les mêmes pour un observateur fixe et pour un observateur entraîné dans un mouvement de translation uniforme, **de sorte que nous n'avons et ne pouvons avoir aucun moyen de discerner si nous sommes, oui ou non, emportés dans un pareil mouvement.**» [11, p. 306].

Il est étonnant que cette toute première expression du principe de relativité à son niveau véritable ne soit pas mentionnée en référence [12] par ailleurs très intéressante et bien documentée. Je ne l'ai pas trouvée non plus en référence [13] en dépit de sa présence en référence [14] et aussi dans la fameuse Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften [15].

Ce principe était bien sûr essentiellement basé sur les résultats négatifs des expériences de cette époque sur l'éther. La plus grande partie de la conférence est consacrée à la défense du nouveau principe et Henri Poincaré conclut : «Ainsi le principe de relativité a été dans ces derniers temps vaillamment défendu, mais l'énergie même de la défense prouve combien l'attaque était sérieuse... **Peut-être devons-nous construire toute une mécanique nouvelle que nous ne faisons qu'entrevoir, où l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite infranchissable.**» [11, p. 324].

3. La note à l'Académie des Sciences de Paris (5 juin 1905, publiée le 9 juin 1905 [3]).

Poincaré écrit à nouveau le principe de relativité et analyse le «changement de variables» présenté par Lorentz dans son memorandum [1]. Il simplifie la présentation de ce changement et lui donne son nom actuel : «Le point essentiel, établi par Lorentz, c'est que les équations de l'électromagnétisme ne sont pas altérées par une certaine transformation *que j'appellerai du nom de Lorentz...*» (plus tard, en 1914, Lorentz corrigera cette affirmation : «Je n'ai pas indiqué la transformation qui convient le mieux. Cela a été fait par Poincaré et ensuite par Messieurs Einstein et Minkowski.» [10, p. 295]).

Poincaré remarque que la théorie de la relativité implique l'existence d'«ondes gravifiques» ou ondes gravitationnelles se déplaçant à la vitesse de la lumière. Cependant ses recherches ultérieures sur ce sujet ne furent pas couronnées de succès.

Poincaré note enfin que la transformation de Lorentz et les transformations associées sont les éléments d'un «groupe» au sens mathématique du mot (aujourd'hui

le groupe de Poincaré, dont celui de Lorentz est un sous-groupe). Cela lui permet de donner la valeur du coefficient utilisé par Lorentz dans sa transformation : ce coefficient est égal à l'unité.

Les groupes ont des invariants et Poincaré trouvera l'invariant de son groupe : la quantité $L^2 - c^2T^2$ où L représente l'intervalle de longueur et T l'intervalle de temps. Quelques années plus tard Minkowski présentera ce même invariant sous la célèbre forme différentielle :

$$c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2ds^2$$

Le paramètre s est le «temps propre», lequel étant un paramètre physique donné par les horloges de bord du véhicule étudié, doit évidemment avoir la même valeur dans tous les référentiels.

Il faut comprendre que le second temps, t' , apparaissant dans la transformation de Lorentz a le même caractère physique que le premier, à cause de l'inexistence de l'éther et du temps absolu, et à cause de la parfaite symétrie de la transformation. Poincaré avait déjà donné un sens physique à ce temps t' en synchronisant les horloges avec des signaux lumineux, grâce à l'invariance de la vitesse de la lumière [4].

Il est essentiel de noter que la transformation de Lorentz est une conséquence directe du principe de relativité et n'exige pas l'invariance de la vitesse de la lumière (cf. annexe).

4. Le dernier travail fondamental de Poincaré sur la relativité est son étude «Sur la dynamique de l'électron» dans laquelle il démontre et développe les idées de sa note à l'Académie ([5], étude reçue à Palerme le 23 juillet 1905 et publiée en janvier 1906).

L'expression de la transformation du champ électromagnétique est impressionnante : l'électromagnétisme apparaît comme le mariage de l'électrostatique et de la relativité.

La théorie de Lorentz et Poincaré conduit donc au caractère relatif de l'espace et du temps physiques, elle est en accord avec le principe de relativité, avec les équations de Maxwell non seulement dans le vide mais aussi ailleurs, avec les expériences sur l'éther (Fizeau, Airy, Michelson, etc.) et avec les résultats classiques de l'électromagnétisme tels qu'ils furent découverts par les pionniers : Coulomb, Ampère, Volta, Laplace, Gauss, Oersted, Faraday... La théorie de la relativité restreinte était dès lors complète.

Pendant ce temps, Einstein prépare et publie son premier et plus célèbre travail sur la relativité : *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* [6]. Ce travail fut présenté sans aucune référence et est, pour cette raison, considéré par certains auteurs comme une compilation des travaux précédents [7].

Le principe de base d'Einstein est l'invariance de la vitesse de la lumière (ce qui oblige les photons à avoir une masse nulle).

Einstein est conduit au principe de relativité. Il obtient de nombreux résultats décrits par Poincaré. Il mentionne même que les transformations de Lorentz et les transformations associées forment un groupe, mais ne fait aucun usage de cette propriété.

Einstein était-il au courant des travaux de Poincaré ? Ceci est une question difficile.

D'une part, il écrit, en 1955, dans une lettre à Carl Seelig :

«Il n'y a pas de doute que, si nous regardons son développement rétrospectivement, la théorie de la relativité restreinte était prête à être découverte en 1905. Lorentz avait déjà observé que, pour l'analyse des équations de Maxwell, les transformations qui porteront plus tard son nom sont essentielles et Poincaré avait été encore plus loin.

«En ce qui me concerne, je ne connaissais que les travaux importants de Lorentz de 1895 : *La théorie électromagnétique de Maxwell et Versuch einer theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, mais je ne connaissais ni les travaux ultérieurs de Lorentz ni les investigations correspondantes de Poincaré.

«Dans ce sens mon travail de 1905 était indépendant.» [8, p. 11].

Mais d'autre part :

A) Hormis les remarques de Poincaré sur les ondes gravitationnelles, le travail d'Einstein en 1905 sur la relativité contient les mêmes résultats que celui de Poincaré, y compris la propriété de groupe pour les transformations de Lorentz et les transformations associées. Cette notion de groupe mathématique était alors très nouvelle et pratiquement ignorée chez les physiciens, c'est sans doute pourquoi Einstein n'en fait aucun usage. (Passons sur le calcul einsteinien de l'effet Doppler, celui de l'aberration et celui de la pression de radiation sur un miroir en mouvement ; ce sont de simples applications de la transformation de Lorentz que l'on demande à titre d'exercice aux étudiants de première année dès la troisième semaine de cours. Par exemple si un astronome, immobile et à l'origine dans le système de référence, reçoit à l'instant zéro un photon venant de la direction faisant l'angle a avec l'axe Ox dans le plan Oxy, ce photon était une seconde auparavant au point de l'espace temps : $x = c \cos a$; $y = c \sin a$; $z = 0$; $t = -1$. Mais si cet astronome était en mouvement avec la vitesse V le long de Ox, le photon est, pour lui, passé par le point x' , y' , z' , t' donné par la transformation de Lorentz... d'où sa direction et l'aberration).

B) Einstein n'a évidemment pas pu utiliser le travail de Poincaré de juillet 1905 pour écrire son propre texte, mais la *Note à l'Académie* du 5 juin 1905 est arrivée à Berne, à temps, le 12 ou le 13 Juin, et la lire faisait partie de son travail ordinaire. On peut d'ailleurs remarquer qu'Einstein résumait régulièrement pour les *Annalen der Physik* les travaux de phy-

sique les plus intéressants, y compris ceux parus dans les comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris (voir par exemple [18], avec, entre autres, l'analyse du travail de M. Ponsot, C.R., 1905, 140, S, 1176-1179).

C) Selon ses amis Maurice Solovine et Carl Seelig, Einstein avait lu le livre de Poincaré *La Science et l'Hypothèse* (pas de temps absolu, pas d'espace absolu, pas d'éther...) pendant les années 1902-1904. Ce livre fut discuté à leur cercle de lecture «Académie Olympia» durant plusieurs semaines [8, p. 129 et p. 139] ; [9, p. VIII] ; [17, p. 30].

On avance parfois qu'il arrive que les découvertes soient faites par plusieurs personnes en même temps (en d'autres termes : Poincaré et Einstein pourraient bien avoir obtenu les mêmes résultats indépendamment). Cependant, même si ceci est souvent vrai dans les recherches ordinaires - l'exemple le plus frappant étant celui de Gray et de Bell déposant le même jour, à plusieurs centaines de kilomètres l'un de l'autre, leur brevet sur l'invention du téléphone - ce n'est jamais le cas pour les bouleversements de la science, lesquels suscitent immédiatement l'opposition : Copernic était seul, Kepler était seul, Galilée était seul, Lamarck était seul, Darwin et Wallace étaient seuls, Pasteur était seul, Freud était seul, et tous furent ou bien ignorés, ou bien même combattus et persécutés.

Néanmoins, même si le principe de relativité doit être appelé principe de Poincaré, et même si Einstein n'est pas le premier, nous lui devons non seulement la relativité générale de 1916 mais aussi une magnifique vulgarisation de la relativité restreinte. Ceci est très heureux car la santé de Poincaré était mauvaise et il ne survécut guère à son travail de géant ; il fut frappé du cancer en 1909 et mourut en 1912 à l'âge de 58 ans.

La mauvaise santé de Poincaré et l'absence de référence dans le travail d'Einstein sur la relativité en 1905 ne sont évidemment pas les seules raisons pour lesquelles Poincaré est si ignoré et Einstein si célèbre.

Si un grand physicien comme Paul Langevin (qui discuta des derniers développements de la physique avec Poincaré, son ancien professeur, durant les semaines de leur voyage au congrès de Saint Louis en 1904), avait défendu Poincaré, l'évidence aurait été immédiatement reconnue.

Si Poincaré avait eu la possibilité de publier dans un grand journal de physique, comme les *Annalen der Physik* d'Einstein, il aurait eu une grande audience. Mais il ne trouva que le *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* pour son travail majeur de juillet 1905... un petit journal de mathématiques qui n'était pas connu parmi les physiciens.

Il peut sembler incroyable que Poincaré ait eu tant de mal à publier dans un journal de physique, mais les physiciens de cette époque refusaient de considérer que ce prodigieux mathématicien était aussi l'un des leurs. Encore aujourd'hui, certains physiciens croient que le caractère physique des variables x' et t' de la transformation de

Lorentz n'a pas été suffisamment souligné par l'auteur du principe de relativité ! [20].

Il faut dire que Poincaré joue de malchance ; son travail «Sur la dynamique de l'électron» n'est pratiquement pas connu avant les années trente, et entre-temps, la science et le vocabulaire scientifique ont fantastiquement changé. Tandis que, d'une traduction à l'autre, le texte d'Einstein est constamment réactualisé... En conséquence la comparaison des deux textes est apparemment édifiante. Le texte de Poincaré est difficile à lire et certains lecteurs en arrivent même à se demander si Poincaré a vraiment compris la relativité... Il faut attendre le tout récent travail d'un éminent physicien russe, l'académicien Anatoly Logunov, pour que Poincaré soit lui aussi traduit en langage scientifique moderne, en russe tout d'abord puis en anglais et en français [16]. Alors tout devient clair, nul ne peut plus soutenir que Poincaré ne savait pas ce qu'il faisait ou qu'il n'avait pas vraiment compris...

Par-dessus tout cela, une histoire typiquement française : la plupart des professeurs d'Université du début du siècle étaient politiquement de gauche à cette époque de dures confrontations (affaire Dreyfus, séparation de l'Église et de l'État...). Ils refusèrent de soutenir Henri Poincaré, assimilé à son cousin Raymond, l'un des chefs de la droite et futur Président de la République... De quelques bords qu'ils soient la passion politique des Gaulois, et les excès qui en résultent, ont toujours étonné les étrangers.

Henri Poincaré n'était pas homme à se mettre en avant. Il avait attribué à Lorentz plus que sa part, ce qui fut loyalement refusé par celui-ci. Il avait appelé «fonctions fuchsiennes», fonctions du professeur Fuchs, des fonctions pour lesquelles il avait fait plus des deux-tiers du travail...

En fin de compte, l'amitié de Lorentz le sauva. En 1921, après le triomphe de l'éclipse de Soleil de 1919, le comité Nobel se réunit avec pour première pensée : «Nous devons donner le prix Nobel à Einstein pour la relativité». Mais Lorentz, prix Nobel de physique 1902, protesta : «Ce n'est pas juste !», et il publie la notice sur la vie de Poincaré qu'il avait écrite en 1914 [10, p. 298]... «Je n'ai pas établi le principe de relativité comme rigoureusement et universellement vrai. Poincaré au contraire a obtenu une invariance parfaite des équations de l'électrodynamique et il a formulé le «postulat de relativité», termes qu'il a été le premier à employer.»

Embarrassé, le comité Nobel décide de prendre le temps de réfléchir et, après quelques mois, donne finalement le prix Nobel à Einstein mais pas pour la relativité... pour l'effet photoélectrique !

Ainsi, en dépit de sa modestie et de sa timidité, Henri Poincaré doit être considéré non seulement comme un excellent philosophe de la science et l'un des plus grands mathématiciens ; il est aussi un physicien de tout premier plan (électromagnétisme et radio, optique, fluorescence, théorie cinétique des gaz, théorie des quanta, etc.), le père du principe de relativité et le fondateur de la relativité restreinte.

Terminons cette première partie par un élément important mais généralement ignoré : Poincaré a écrit dès 1900, sous une autre forme, l'équation $E = mc^2$ [21], et Einstein lui-même l'a reconnu dans un article de 1906 [22].

Deuxième partie : l'occultation délibérée du travail de Poincaré

Nous avons vu en première partie qu'Einstein avait résumé pour les *Beiblätter zu der Annalen der Physik* (les suppléments aux Annales de physique) divers travaux de physique dont le travail de M. Ponsot : «La conduction dans un système capillaire en équilibre», travail paru en 1905 dans les comptes-rendus de l'Académie des sciences de Paris [21]. Étant donné que la méticulosité est l'une des qualités caractéristiques des Allemands, on devait donc s'attendre à ce que le travail autrement plus important de Poincaré dans sa note à l'Académie du 5 juin 1905 soit lui aussi l'objet d'une recension dans les *Beiblätter zu der Annalen der Physik*.

La première surprise est qu'il n'en est rien. Pourtant il n'y a pas moins de trois recensions des autres travaux de Poincaré dans ces *Beiblätter zu der Annalen der Physik* pour la seule année 1905, et, ce qui est encore plus net, la revue annuelle concurrente *Die Fortschritte der Physik* (les progrès de la physique) fait, au début de 1906, une recension approfondie des travaux relativistes de Poincaré.

Mais la deuxième surprise est bien plus étonnante. A l'université de Göttingen est organisé un séminaire sur la «théorie des électrons» (la théorie de l'électromagnétisme) pour la période du 5 juin au 1^{er} août 1905. Les organisateurs sont David Hilbert, Hermann Minkowski et Emil Wiechert. Vont-ils parler du mémoire de Lorentz de 1904 qu'ils connaissent déjà [1], du principe de relativité de Poincaré sur lequel ils ont fait une séance de la Mathematische Gesellschaft le 31 janvier précédent [11] et de la «note à l'Académie» «Sur la dynamique de l'électron» [3], qui arrive à Göttingen le lundi 12 ou le mardi 13 juin 1905 ? Non, et L. Pyenson dans son ouvrage *The young Einstein, the advent of Relativity* considère que cette surprenante triple absence est délibérée [23].

Nous allons voir pourquoi, mais auparavant il nous faut nous mettre dans l'ambiance d'un grand institut de recherche scientifique et dans celle, vraiment particulière, de la «Belle Époque».

En 1983 le docteur Luc Montagnier et son équipe de l'Institut Pasteur découvrent le virus du sida, formidable découverte ! Mais cette découverte ne va pas être acceptée si facilement, en particulier par l'école dominante américaine du professeur Robert Gallo. Il faudra plusieurs années d'enquête des journalistes de l'équipe de Chicago, la découverte de diverses fraudes et même un procès pour que soit reconnue l'antériorité des Français.

D'une manière générale, l'école scientifique dominante accepte très mal les succès de ses concurrents.

Ceci est parfaitement résumé par l'opinion de Maxime Schwartz, directeur de l'Institut Pasteur, sur le scepticisme qui entoura la découverte de l'équipe Montagnier (*Le Monde*, 30 décembre 1992) : «Si ce scepticisme fut aussi durable, c'est que l'école dominante en matière de rétrovirologie humaine, dirigée par Robert Gallo, fit tout pour minimiser les résultats de l'équipe française. Cette attitude devait peser très lourd sur l'attitude de la communauté scientifique internationale, y compris en France.»

Mais il n'y a pas que les querelles d'école ; il nous faut aussi tenter de comprendre l'ambiance des années 1900.

- 27 janvier 1894

«Encore une guerre victorieuse et, comme l'ancienne Pologne, la France ne sera plus qu'un mauvais souvenir historique...». Au sommet de sa gloire et invité à prononcer un discours pour l'anniversaire du Kaiser, le «rénovateur des études historiques», l'historien pangermaniste Heinrich von Treitschke, n'y va pas par quatre chemins !

- 1905

Commencée depuis la nuit du 8 au 9 février 1904 par la destruction surprise de la flotte russe à Port-Arthur, un avant-goût de Pearl-Harbor, la guerre russo-japonaise tourne au désastre. La citadelle de Port-Arthur est tombée en janvier ; les Japonais s'emparent de Moukden au début de mars, à grands coups de pertes humaines ; le 27 mai, ils anéantiront la flotte russe de secours à Tsou-Shima... et des troubles révolutionnaires éclatent dans plus de dix provinces de l'empire des tsars.

Le comte von Schlieffen, chef d'état-major général de l'armée allemande et futur maréchal, est partisan de la guerre préventive ; il va voir le Kaiser et lui dit : «L'heure est venue d'écraser la France définitivement. Dans dix ans, la Russie sera de nouveau debout et ce ne sera plus possible»¹. Et comment la France aurait-elle pu résister seule à l'avalanche ? 1905 pouvait être pour l'Allemagne l'année du destin.

Le Kaiser cherche un prétexte ; il veut provoquer les Français. Il débarque à Tanger et, le 31 mars, y prononce un grand discours : «L'Allemagne a plus de droits que la France sur le Maroc !». Les Allemands exigent, sous menace de guerre immédiate, la démission de Théophile Delcassé, ministre des Affaires étrangères et artisan de la naissante Entente cordiale franco-britannique. Dans un climat de panique, le gouvernement français cède, le 6 juin 1905, et met dehors Delcassé, malgré ses protestations. «Humiliation sans précédent !» écrira Clemenceau, humiliation certes beaucoup plus grave que celle de la fameuse dépêche d'Ems de 1870.

Ces haines et ces peurs viennent de loin. Du côté allemand, le souvenir de la destruction systématique du Palatinat ravagé par les armées de Louis XIV et surtout la *Befreiungskrieg* (la guerre de libération) des années 1813-1814 après les invasions napoléoniennes ; la plupart des Allemands comprennent alors ce que leurs élites proclamaient depuis cinquante ans : seule l'unité politique leur épargnera d'être perpétuellement le champ de

bataille des conflits européens. Du côté français, l'humiliation et le tremblement de terre politique de la guerre de 1870, la perte de l'Alsace et de la Lorraine et surtout le sentiment tout à fait nouveau de vivre à côté d'un géant belliqueux et hostile qui vient de naître, ne croit qu'à la force et grandit tous les jours.

Et, certes, en 1900, la croissance de l'Empire allemand a de quoi impressionner. L'Allemagne faible et divisée de 1850 domine désormais dans bien des domaines : les domaines industriel, technique, militaire, démographique (2 millions de naissances dans l'année, 900 000 en France), scientifique, philosophique et même artistique. Les Allemands de 1900 sont dans la situation psychologique des Espagnols du XVI^e siècle, des Français du règne de Louis XIV, et des Américains d'aujourd'hui.

Il est aujourd'hui devenu de bon ton, dans certains milieux, de déclarer que les soldats de 14-18 sont «morts pour rien». Mais les «poilus», eux, déjà très motivés par l'idée de revanche, n'avaient nul besoin de propagande pour se battre : il leur suffisait de prendre connaissance des discours délirants du Kaiser, ils savaient très bien qu'en cas de défaite, ils n'auraient ni mansuétude ni mesure à attendre de la part du vainqueur et la France connaîtrait le sort de la Pologne.

Mais revenons à l'université de Göttingen. Cette université se considérait, avec de solides raisons, comme le pôle mondial des mathématiques et l'un des leaders incontestés des progrès de la science, et en particulier de la physique. C'est là qu'avaient enseigné Gauss, Riemann et Lejeune-Dirichlet et que régnait le «maître», David Hilbert.

Cependant, en cette année 1905, le prix Bolyai de mathématiques échappera à David Hilbert : il sera attribué à Henri Poincaré, ce qui, évidemment, ne va pas contribuer à diminuer la jalousie que le maître éprouve déjà à l'égard du Français. Mais au moins est-il possible de lui damer le pion en physique ? Sommerfeld, Herglotz et Wiechert s'y emploient, et, pendant l'automne 1904 et l'hiver 1905, publient trois travaux sur «l'électron supra-lumineux» - c'est-à-dire plus rapide que la vitesse de la lumière - dans le journal de l'université, les *Göttinger Nachrichten* (par exemple [24]). Sommerfeld va même jusqu'à faire un article à ce sujet dans les *Amsterdam Proceedings* et à conclure, à propos d'une hypothèse de Lorentz : «Puisque, pour une vitesse dépassant celle de la lumière, cette hypothèse ne tient pas, je n'ai pas pu l'utiliser» [25].

Rappelons que Sommerfeld n'est pas n'importe qui : c'est lui qui améliorera le modèle d'atome de Niels Bohr pour le mettre en accord avec les théories quantique et relativiste...

¹ Cité par Pierre Gaxotte dans son livre *Histoire de l'Allemagne*, Ed. Flammarion, 1963.

Dans ces conditions, il est tout à fait logique que, préparant leur séminaire de juin-juillet sur la «théorie des électrons» - la théorie de l'électromagnétisme -, David Hilbert et Hermann Minkowski aient prévu pour la semaine du 24 juillet : «Mouvement à vitesse supra-luminique. Mouvement propre des électrons», avec Wiechert pour diriger les débats [27, p. 144]. Plusieurs autres sessions ont, elles aussi, des passages sur ces mouvements super-rapides.

Mais le séminaire est à peine commencé qu'éclate la bombe : la note à l'Académie *Sur la dynamique de l'électron* d'Henri Poincaré. Cette note est datée du 5 juin 1905, imprimée dès le 9 juin et aussitôt envoyée à tous les correspondants de l'Académie ; on peut estimer qu'une copie est arrivée à Göttingen au plus tôt le samedi 10 juin et au plus tard le mardi 13. Son verdict est sans appel : il n'y a pas de vitesse supérieure à celle de la lumière, et Hilbert se trouve dans une situation impossible.

Que faire ? Si Klein avait eu une meilleure santé et dirigeait encore l'université, il aurait sans doute eu la loyauté de reconnaître hautement la valeur fondamentale du travail de Poincaré et l'erreur dans laquelle ses collègues s'était fourvoyés. Il s'était déjà trouvé dans cette situation à propos des fonctions automorphes, avait réagi en homme d'honneur et gardé pour Poincaré une grande admiration. Mais c'est désormais Hilbert qui dirige et qui considère Poincaré davantage comme un rival que comme un collègue. On comprend dès lors la tentation d'agir comme Robert Gallo vis-à-vis des découvertes du docteur Luc Montagnier. Il faut sauver la face et préserver la position dominante de l'école scientifique de Göttingen, donc tout faire pour cacher le travail de Poincaré.

D'où trois décisions :

1° Ignorer systématiquement le travail de Poincaré et ce qui s'en approche - le mémoire de Lorentz de 1904 et le principe de relativité, malgré la réunion consacrée à ce dernier sujet le 31 janvier précédent - Nous avons vu que Pyenson jugeait délibérée cette triple absence [23, p. 104].

Bien entendu, cette triple ignorance va nuire au séminaire en cours, mais il faut ce qu'il faut.

2° Rechercher un Allemand qui acceptera de prendre les risques de cette manipulation en publiant les résultats de Poincaré sous sa signature. C'est ici qu'Einstein va entrer en scène.

3° Obtenir de Max Planck, qui dirige les *Annalen der Physik*, qu'aucune recension de la note de Poincaré ne paraisse dans ce journal qui, à cette époque, est l'équivalent de *Nature* et *Science* aujourd'hui.

Reconnaissons que c'est ce troisième point qui est le point faible de notre hypothèse. Max Planck est un homme d'une grande droiture et d'une grande rectitude morale. Son second fils, officier dans l'armée allemande, fera partie du complot du 20 juillet 1944, il sera pris, torturé et exécuté par les nazis... La seule explication vraisemblable est que Max Planck a cru agir par patriotisme

en un moment où l'Europe est au bord de la guerre et où les passions nationalistes sont particulièrement exacerbées : il fallait que le fruit des travaux relativistes de Poincaré revienne à l'Allemagne.

Il est vrai que bien des Français d'une droiture morale exemplaire se faisaient pendant la seconde guerre mondiale un devoir, et une joie, d'agir aux dépens des Allemands chaque fois qu'ils en avaient l'occasion, la moindre étant de leur donner des faux renseignements quand ils demandaient leur chemin...

Il resterait à expliquer pourquoi David Hilbert et Hermann Minkowski, après avoir rédigé ou fait rédiger un texte rassemblant la plupart des résultats de Poincaré, auraient pu choisir Einstein pour le signer. A ce sujet, on peut avancer les raisons suivantes :

- Il était évidemment risqué de le signer eux-mêmes. Si les Français réagissent, c'est le ridicule, la honte, l'expulsion de l'Université, la fin de leur carrière scientifique. Il vaut mieux chercher un petit jeune, qui ait peu à perdre et beaucoup à gagner.
- Einstein était connu de Minkowski, dont il avait été l'un des étudiants pendant les années 1896-1900.
- Einstein avait correspondu avec Planck sur la théorie quantique.
- Einstein avait publié en 1902, 1903, 1904 des articles de thermodynamique d'une **ressemblance étonnante** avec l'ouvrage de Gibbs de 1902, sans le citer ; (**ressemblance étonnante** soulignée par Max Born, prix Nobel de physique 1954). On pouvait donc penser qu'il ne refuserait pas cette machination.

Le calcul sera bon. D'une part la situation d'Einstein était alors médiocre ; ses articles sur la thermodynamique n'avaient eu aucun écho et son article sur le quantum ponctuel de lumière ne rencontrait qu'un silence réprobateur. Le rôle qui lui était proposé était pour lui une chance inespérée... D'autre part, comme cela est expliqué dans la première partie de ce texte, les Français, divisés pour de multiples raisons, ne réagiront pas et il n'était pas dans le caractère de Poincaré de protester lui-même... L'occultation prolongée de ses travaux relativistes sera réussie.

Est-ce pour aider à cette occultation que Max Planck organise à Berlin sur le texte d'Einstein, dès l'automne 1905, un colloque **inouvable pour tous les participants** (*dixit* Von Laue, qui avait aussi assisté au séminaire infructueux de juin-juillet à Göttingen [26]) ? Et que, jusqu'à la rupture de 1911 entre les deux savants, Planck fait des éloges dithyrambiques d'Einstein, «le nouveau Copernic» ?

Conclusion

On admettait généralement qu'Einstein, sans aucune lecture postérieure à 1895 des travaux de Lorentz et de Poincaré, et sans avoir jamais rien publié sur le sujet, avait rédigé solitairement à Berne l'«article fondateur» de la

Relativité dans les jours qui ont précédé le 30 juin 1905. Pour cette raison, et quelques autres de moindre importance, les biographes d'Einstein avaient appelé l'année 1905 «*Annus Mirabilis*», dont le centenaire sera célébré en 2005.

Cependant, le 5 juin 1905, après de nombreux autres sur le même sujet, Poincaré avait publié à Paris un texte contenant les points essentiels de l'article d'Einstein : le principe de relativité et la transformation «de Lorentz». Cette **coïncidence** entraînait le soupçon d'un plagiat possible de Poincaré par Einstein.

Mais des faits nouveaux qui constituent **deux autres coïncidences** viennent d'être révélés :

- L'occultation délibérée de la découverte de Poincaré, et du texte de Lorentz qui l'a inspiré, lors du séminaire de juin-juillet 1905 à l'université de Göttingen, séminaire organisé exactement sur le même sujet par David Hilbert, grand mathématicien et rival de Poincaré.
- La non recension des travaux relativistes de Poincaré dans les *Annalen der Physik*, malgré la méticulosité allemande, trois recensions des autres travaux de Poincaré pour la seule année 1905 et bien des recensions de textes français de moindre importance. Cela permet à Max Planck, qui dirige cette publication majeure, de faire, dès novembre 1905, un «éloge inoubliable» du texte d'Einstein qui vient à peine d'être publié.

Devant ces trois coïncidences si précises, on ne peut qu'abandonner la thèse du génie solitaire et même celle du plagiat direct de Poincaré par Einstein. L'«article fondateur» a été rédigé à Göttingen à l'initiative de Hilbert, avec l'approbation de Planck, puis signé par Einstein et publié sans tarder dans la revue de Planck. Le mobile, très ordinaire, de cette machination est la jalousie scientifique et nationaliste de ses auteurs, lesquels avaient aussi tous les moyens nécessaires pour la réaliser - textes plagiés, autorité scientifique et moyens de publication rapides. Quand à Einstein, il pouvait être facilement convaincu de prendre sur lui tous les risques : étant jeune, il avait peu à perdre et beaucoup à gagner, et il avait déjà commis quelques plagiats reconnus comme tels à Göttingen et à Berlin.

Cette conclusion entraînera bien entendu des incrédulités et des protestations. C'est pourquoi toute cette étude est considérablement développée dans le livre de Jules Leveugle [27] où sont rassemblés, traduits et analysés, tous les documents nécessaires.

«L'authentique historiographie brise sans ménagement les images d'Épinal ; elle remplace les stéréotypes et les préjugés par des faits réels, extraits patiemment des archives» (Emmanuel Leroy-Ladurie).

Bibliographie

- 1 LORENTZ H.A. Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity less than that of light, *Proc. Royal Acad. Amsterdam*, 1904, 6, 809.
- 2 POINCARÉ H. *La Science et l'Hypothèse*, Ed. Flammarion, Paris, 1902.

- 3 POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *CR Acad. Sci. Paris*, 1905, 140, 1504-1508.
- 4 POINCARÉ H., La mesure du temps, *Rev. de métaphysique et morale*, 1898, 6, 371-384.
- 5 POINCARÉ H., Sur la dynamique de l'électron, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 1906, 21, 129-175 [reçu le 23 juillet 1905, publié en janvier 1906].
- 6 EINSTEIN A., Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik*, 1905, 17, 891-921 [reçu le 30 juin 1905, publié le 26 septembre 1905].
- 7 LEVEUGLE J., Poincaré et la relativité, *La Jaune et la Rouge*, 1994 (avril), 31-51.
- 8 MILLER A.I., *Albert Einstein's Special Theory of Relativity*, Ed. Addison-Wesley Publishing Company Inc. Reading Mass., 1981.
- 9 SOLOVINE M., *Lettres à Maurice Solovine*, Ed. Gauthier-Villars, Paris, 1956.
- 10 LORENTZ H.A., Deux mémoires de Henri Poincaré dans la physique mathématique, *Acta Mathematica*, 1921, 38, 293-308.
- 11 POINCARÉ H., L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique, *Bull. Sci. Mathématiques*, 1904, 28, 2^e série (réorganisé 39-1), 302-324.
- 12 TONNELAT M.A., *Histoire du principe de relativité*, Ed. Flammarion, Paris, 1971.
- 13 GINZBURG V.L., *On the theory of relativity*, Ed. Nauka, Moscow, 1979.
- 14 *Bol'shaia Sovetskaia Entsiklopedia*, Great Soviet Encyclopedia - A translation of the third edition, vol. 18, Macmillan Inc., New-York, Collier Macmillan Publishers, 1974. [Relativity, Theory of, p. 653].
- 15 PAULI W., KOTTLER F., *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*, Leipzig Verlag und Druck von BG Teubner. Relativitätstheorie V-2, pp. 545-546 (1904-1922) - Gravitation und Relativitätstheorie VI-2-2, p. 171 (1922-1934).
- 16 LOGUNOV A.A., *On the articles by Henri Poincaré : «On the dynamics of the electron»*, Publishing Dept of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 1995. *Sur les articles de Henri Poincaré : «Sur la dynamique de l'électron». Le texte fondateur de la Relativité en langage scientifique moderne*, Publication ONERA, 2000, 1, 1-48.
- 17 MERLEAU-PONTY J., *Einstein*, Ed Flammarion, 1993. [p. 30]
- 18 EINSTEIN A., *Beiblätter zu der Annalen der Physik*, 1905, 29, 18, 952-953.
- 19 EINSTEIN A., L'éther et la théorie de la relativité, Conférence faite à Leyde (Pays-Bas) le 5 mai 1920, traduction en français par M. Solovine et M.A. Tonnelat in : *Albert Einstein, Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, Collection «Discours de la méthode», nouvelle édition, Ed. Gauthier-Villars, 1972. [p. 74]
- 20 DARRIGOL O., Henri Poincaré's criticism of Fin de Siècle electrodynamics, *Studies in History and Philosophy of modern Physics*, April 1995, 1-4.
- 21 POINCARÉ H., *La théorie de Lorentz et le Principe de réaction*, *Oeuvres de Poincaré*, t. IX, Ed. Gauthier-Villars, Paris, 1956. [p 471]
- 22 EINSTEIN A., Das Prinzip von der Erhaltung der Schwärpunksbewegung und die Trägheit der Energie, *Annalen der Physik*, 1906, vol. 20, 627-633.
- 23 PYENSON L., *The young Einstein. The advent of Relativity*, Adam Hilger Ltd., Bristol and Boston, 1985.
- 24 WIECHERT E., Bemerkungen zur Bewegungen der Elektronen bei überlicht Geschwindigkeit, *Göttinger Nachrichten*, Februar 1905.

25 SOMMERFELD A., Simplified deduction of the Field and the Forces of an Electron moving in any given way, *Amsterdam Proceedings*, 1904, 306.
 26 VON LAUE M., Biographie de Planck, *Die Naturewissenschaften*, 1948, Heft 1.
 27 LEVEUGLE J., *La Relativité, Poincaré et Einstein, Planck, Hilbert*, Ed. l'Harmattan, 2004.
 28 EIKENBERRY S., FAZIO G.G., The Infrared to Gamma-Ray Pulse Shape of the Crab Nebula Pulsar, *The Astrophysical Journal*, 1997, 476, 281-290.
 29 ROTS A.H., JAHODA K., LYNE A.G., Absolute timing of the

Crab Nebula Pulsar with RXTE, Submitted to *Astrophysical Journal Letters*, arxiv : astro-ph 0403187v1, March 8, 2004.

Les références [3], [5] et [10] apparaissent aussi dans les *Oeuvres de Henri Poincaré*, respectivement t. 9, 489-493 ; t. 9, 494-550 ; et t. 11, 247-261; Ed. Gauthier-Villars, Paris, 1956.

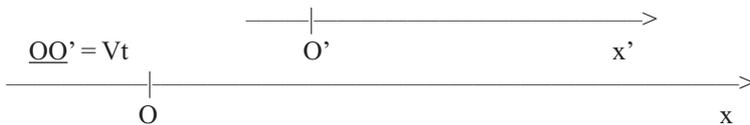
Christian Marchal
 ONERA, Direction scientifique générale, 29 avenue de la Division Leclerc, BP 72, 92322 Châtillon Cedex
 marchal@onera.fr

* *

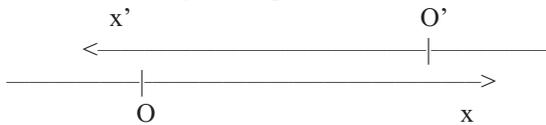
ANNEXE
La transformation de Lorentz

Il est essentiel de remarquer que la transformation de Lorentz peut se déduire du seul principe de relativité et ne nécessite pas la constance de la vitesse de la lumière.

Recherchons cette transformation le long de deux axes Ox et O'x' glissant l'un sur l'autre avec la vitesse relative constante V.



Afin d'obtenir une symétrie parfaite entre les deux référentiels retournons l'axe O'x'.



L'homogénéité conduira à une transformation linéaire et si nous choisissons $t = t' = 0$ en O et O' quand ils se croisent, les transformations $(x, t)(x', t')$ et $(x', t')(x, t)$ seront données comme suit avec huit constantes appropriées A à d :

$$(4) \quad \begin{aligned} x' &= Ax + Bt & ; & \quad t' = Cx + Dt \\ x &= ax' + bt' & ; & \quad t = cx' + dt' \end{aligned}$$

Le principe de relativité et la symétrie conduisent à :

$$(5) \quad A = a \quad ; \quad B = b \quad ; \quad C = c \quad ; \quad D = d$$

De plus, en O' nous avons $x' = 0$ et $x = Vt$, donc $x' = Ax + Bt$ entraîne $AV + B = 0$, de même $x = Ax' + Bt'$ et $t = Cx' + Dt'$ entraînent $B = DV$, et donc $D = -A$.

Enfin la cohérence exige :

$$(6) \quad \begin{aligned} x &= Ax' + Bt' = A(Ax + Bt) + B(Cx + Dt) = (D^2 + CDV)x \\ t &= Cx' + Dt' = C(Ax + Bt) + D(Cx + Dt) = (D^2 + CDV)t \end{aligned}$$

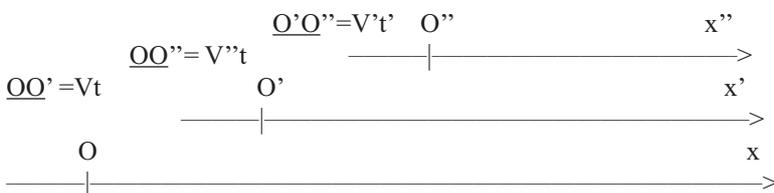
donc $D^2 + CDV = 1$, soit : $C = (1 - D^2) / DV$.

La transformation $(x, t)(x', t')$ devient donc :

$$(7) \quad x' = -Dx + DVt \quad ; \quad t' = [(1 - D^2) / DV]x + Dt$$

La seule inconnue restante, D, est une fonction de la vitesse V et peut être déterminée par la comparaison de plusieurs vitesses.

Retournons à nouveau O'x' et considérons trois axes Ox, O'x' et O''x'' de même sens.



La relation (7) devient, avec le signe opposé pour x' :

$$(8) \quad x' = D(x - Vt) \quad ; \quad t' = [(1 - D^2) / DV]x + Dt$$

et pareillement, avec D' pour V' et D'' pour V'' :

$$(9) \quad x'' = D'(x' - V't') \quad ; \quad t'' = [(1 - D'^2) / D'V']x' + D't'$$

$$(10) \quad x'' = D''(x - V''t) \quad ; \quad t'' = [(1 - D''^2) / D''V'']x + D''t$$

Éliminons alors x' et t' en (8) et (9), nous obtenons une autre expression de (10) :

$$(11) \quad x'' = \{DD' + [D'V'(D^2 - 1) / DV]\}x - DD'(V + V')t \\ t'' = \{[(D - DD'^2) / D'V'] + [(D' - D^2D') / DV]\}x + \{DD' + [DV(D^2 - 1) / D'V']\}t$$

L'identification de (10) et de (11) conduit donc aux quatre égalités suivantes :

$$(12) \quad D'' = DD' + [D'V'(D^2 - 1) / DV]$$

$$(13) \quad D''V'' = DD'(V + V')$$

$$(14) \quad (1 - D''^2) / D''V'' = [(D - DD'^2) / D'V'] + [(D' - D^2D') / DV]$$

$$(15) \quad D'' = DD' + [DV(D^2 - 1) / D'V']$$

Donc, avec (12) et (15) :

$$(16) \quad D'' - DD' = D'V'(D^2 - 1) / DV = DV(D^2 - 1) / D'V'$$

La dernière égalité permet de définir la quantité K par :

$$(17) \quad K = D^2 V^2 / (D^2 - 1) = D'^2 V'^2 / (D'^2 - 1)$$

La quantité K a la même valeur pour deux vitesses arbitraires (et leur D correspondant), elle est donc constante pour toutes les vitesses. D'autre part le cas $V = 0$ donne $x = x'$ et $t = t'$, donc $D = 1$ en (8), il nous faut donc choisir la solution positive de (17) :

$$(18) \quad D = 1 / \sqrt{1 - V^2/K}$$

On obtient ainsi, avec (8), la transformation $(x, t)(x', t')$ et Poincaré l'étend sans difficulté à la transformation générale $(x, y, z, t)(x', y', z', t')$.

$$(19) \quad x' = (x - Vt) / \sqrt{1 - V^2/K} \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \quad ; \quad t' = [t - (Vx / K)] / \sqrt{1 - V^2/K}$$

Il reste à déterminer la constante K qui donne la transformation (1) de Galilée si elle est infinie et la transformation de Lorentz ordinaire si $K = c^2$. Bien entendu ces deux transformations sont très voisines lorsque le rapport V/c est faible.

La constante K ne peut être négative (il deviendrait possible de remonter dans le temps) et sa racine carrée apparaît comme une vitesse limite indépassable. Ceci est confirmé par l'expression et aussi par la composition des vitesses déduite de (12) et (13) :

$$(19) \quad \left| \begin{array}{l} V'' = (V + V') / [1 + (VV' / K)] \quad ; \quad \text{soit avec } \sqrt{K} = k : \\ \frac{(k - V'')}{(k + V'')} = \frac{(k - V)}{(k + V)} \cdot \frac{(k - V')}{(k + V')} \quad ; \quad \text{donc } |V| \text{ et } |V'| < k \text{ entraîne } |V''| < k \end{array} \right.$$

Très naturellement Poincaré et Lorentz ont choisi $K = c^2$, ce qui s'accorde avec l'invariance de la vitesse de la lumière et avec la conservation des équations de Maxwell dans les référentiels inertiels. On peut cependant remarquer que, si nécessaire, il reste possible que K soit très légèrement supérieur à c^2 . Les photons auraient alors une masse très petite mais non nulle, et leur vitesse, la vitesse de la lumière, serait une fonction très légèrement croissante de leur énergie et tendrait vers la vitesse limite quand leur énergie augmenterait indéfiniment.

Quelques théoriciens se sont penchés sur cette question. Leurs évaluations de la «masse au repos» des photons sont encore très floues : entre 10^{-47} et 10^{-54} kg, mais cela pourrait être une explication possible pour le *time-lag* constaté entre d'une part les ondes γ , X ou visibles et d'autre part les ondes radios - qui seraient donc un peu plus lentes - lors des éruptions du pulsar de la nébuleuse du Crabe [28, 29]. Cela peut être confirmé par l'étude d'autres pulsars - les *time-lag* devant alors être proportionnels à la distance du pulsar ; ou bien encore par l'étude de la propagation d'ondes kilométriques entre des sondes lancées dans le système solaire. En particulier une onde et son harmonique de rang deux ont des différences de vitesse aisément repérables par la différence entre le profil de l'onde émise et celui de l'onde reçue. Une expérience sur quelques millions de kilomètres permettrait de mesurer la «masse au repos» du photon avec une précision d'environ 10^{-49} kg.